IREM de Clermont-Ferrand
Formation ISN
Codes Correcteurs

30 Juin 2011
Alex Esbelin
Malika More

Codes linéaires

1 Exercices

Exercice 1. On considère le code linéaire systématique $\mathcal{C}_{7,4}$ donné par les mots de code de la base :

base	*mot de code*
1000	1000 001
0100	0100 101
0010	0010 110
0001	0001 010

1) Donner la matrice génératrice du code G.

2) Calculer les mots de code correspondant aux mots d'information $i_1 = 1101$, $i_2 = 0110$ et $i_3 = 0000$.

Exercice 2. On considère le code linéaire tel qu'au mot d'information $i_1i_2i_3i_4$ corresponde le mot de code $i_1i_2i_3i_4c_1c_2c_3$ où les bits de contrôle sont calculés par les formules :

- $c_1 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4$
- $c_2 = i_1 \oplus i_2 \oplus i_3$
- $c_3 = i_2 \oplus i_3 \oplus i_4$

1) Donner la matrice génératrice du code G.

2) Coder le mot d'information 1010.

3) Le message 1011001 est-il un mot de code ?

4) Déterminer la matrice de surcodage Q puis la matrice de contrôle H du code.

Exercice 3. On considère le code linéaire systématique dont la matrice de contrôle est la matrice H ci-dessous.

1) Quelle sont la longueur n des mots du code et la longueur m des mots d'information ?

2) Les messages μ_1 et μ_2 sont-ils des mots de code ?

3) Donner la matrice génératrice du code G.

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mu_1 = 111011 \qquad \mu_2 = 100110$$

Exercice 4. On considère le code linéaire défini par la matrice génératrice G ci-dessous.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Coder tous les mots de trois bits. En déduire la distance minimale de ce code.

2) Déterminer ensuite la matrice H de ce code.

3) Détecter les erreurs des messages ci-dessous.

1111100 0111000 1110101 1111101 1011010 1100111 0100000

2 Corrigés des exercices

Exercice 1.

$$G = \begin{pmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 0010 \\ 0001 \\ 0110 \\ 0011 \\ 1100 \end{pmatrix},\ M_1 = 1101110,\ M_2 = 0110011,\ M_3 = 0000000$$

Exercice 2.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad 1010001\,, \quad \textit{non},\ Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},\ H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 3.

$n = 6$ *et* $r = 3$ *donc* $m = n - r = 3\,.$

syndrome : $s(\mu_1) = 010$ **non**

$s(\mu_2) = 000$ **oui**

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Exercice 4.

mot	code
000	0000000
001	0011101
010	0101011
011	0110110
100	1000111
101	1011010
110	1101100
111	1110001

, $d = 4$ *(plus petit poids des mots de code non nuls)*, $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

seul le message 1011010 *a un syndrome nul, donc est un mot de code (probablement pas d'erreurs). Les autres messages sont tous avec erreurs.*