IREM de Clermont-Ferrand — 30 Juin 2011
Formation ISN — Alex Esbelin
Codes Correcteurs — Malika More

Correction automatique pour les codes linéaires

---

1 Exercices

Exercice 1. On considère le code linéaire défini par la matrice génératrice G ci-dessous.

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Calculer la matrice de contrôle du code H.

2) En déduire la distance minimale du code.

Exercice 2. On considère les codes linéaires dont les matrices de contrôle sont les matrices H_1 et H_2 ci-dessous. Pour chacun de ces codes, indiquer quelle est sa distance minimale et déterminer sa matrice génératrice.

$$H_1 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad H_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 3. On considère le code linéaire systématique $\mathcal{C}_{4,2}$ défini par la matrice génératrice G ci-contre à droite. Construire le tableau standard correspondant à ce code, et donner pour tous les messages suivants, si possible, le mot de code le plus probablement émis.

1101 1011 1100 1111

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 4. Pour le code défini dans l'exercice 1 :

1) Déterminer son tableau standard.

2) Corriger si possible les erreurs des messages ci-dessous. Pour chacun, on précisera ce qu'il est possible de préciser sur l'ordre d'erreur le plus probable.

1111100 0111000 1110101 1111101 1011010 1100111 0100000

2 Corrigés des exercices

Exercice 1.

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On trouve la valeur $d = 4$ en constatant que toutes les colonnes de H sont non nulles, distinctes 2 à 2, que leurs poids sont impairs et qu'enfin il existe des sommes de quatre colonnes nulles

Exercice 2. $d_1 = 3\,,\quad G_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\,,\quad d_2 = 4\,,\quad G_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice 3.

syndrome	00	01	10	11
vect de correction	0000	NC_1	0010	1000

,

message	synd	corrigé
1101	11	0101
1011	00	1011
1100	10	1110
1111	01	NC

Exercice 4. *Le tableau standard est le suivant sur deux lignes :*

syndrome	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
vect de corr	0000000	0000001	0000010	NC_2	0000100	NC_2	NC_2	1000000

syndrome	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
vect de corr	0001000	NC_2	NC_2	0100000	NC_2	001000	NC_3	NC_2

NC_k signifie ici : Non Corrigeable (erreur d'ordre k)

La correction des messages donne alors :

message :	1111100	0111000	1110101	1111101	1011010	1100111	0100000
syndrome :	1101	1110	0100	1100	0000	1011	1011
mess. corrigé :	1101100	NC_3	1110001	NC_2	1011010	1000111	0000000