

Limites des codes détecteurs et correcteurs d'erreurs

[1] Nous avons vu dans le cas du code par répétition que toutes les anomalies ne sont pas forcément détectées ou corrigées correctement. Qu'en est-il pour le code de double parité ?

[2] Nous allons détailler 3 cas particuliers illustrant 3 situations qui se produisent avec n'importe quel code détecteur et correcteur d'erreurs : [2a] détecter des erreurs et ne pas savoir les corriger, [2b] détecter des erreurs et faire une correction erronée et enfin [2c] ne pas s'apercevoir qu'il y a des erreurs.

[3] Nous allons d'abord nous intéresser au cas où des erreurs sont détectées sans pouvoir être corrigées. Avec le code de double parité, cette situation peut apparaître à partir de 2 erreurs. Supposons qu'Alice envoie le message de gauche et que Bob reçoive le message de droite. Bob ne connaît pas le message émis [4], mais il voit que deux lignes et deux colonnes [5] ne respectent pas la règle de parité. Il peut y remédier en modifiant seulement 2 bits : [6a] ou bien en modifiant ce 1 et ce 0 [6b], ou bien en modifiant ce 1 et ce 0 [6c]. Dans les deux cas, la règle de parité est à nouveau respectée. Il n'a aucun moyen de savoir quelle est la bonne correction, il a donc une chance sur deux de se tromper.

Il existe une autre configuration avec deux erreurs [7] : elles peuvent se produire sur la même colonne (ou sur la même ligne). Lors de la détection [8], Bob s'aperçoit que deux lignes ne respectent pas [9] la règle de parité alors que toutes les colonnes la respectent. [10] Malheureusement il ne peut pas savoir quelles cases il faut corriger : il y a cette fois six possibilités de correction.

[11] Occupons-nous maintenant du cas où l'on détecte des erreurs mais où la correction effectuée est inexacte. Pour le code de double parité, cela peut arriver à partir de 3 erreurs.

Par exemple, dans ce cas de figure, on voit que seules une ligne et une colonne [12] ne respectent pas la règle de parité [13]. Comme le protocole de correction impose de corriger le moins de bits possibles, tout se passe comme si il n'y avait qu'une seule erreur [14], ce qui se traduit par la correction d'un seul bit [15]. Ainsi, Bob a « corrigé » un bit qui était valide sans modifier [16] aucun des 3 bits erronés.

[17] Pour finir, traitons du cas où des erreurs ne peuvent pas être détectées. Pour le code de double parité, cette situation peut apparaître à partir de 4 erreurs. Par exemple, ici, la détection est prise en défaut [18]: comme toutes les lignes et toutes les colonnes [19] comportent un nombre pair de 1, [20] Bob ne sait pas qu'il y a eu des erreurs.

[21] Pour conclure, les problèmes que nous venons d'évoquer n'empêchent pas le code de double parité d'être utilisable car si les messages présentant une seule erreur sont déjà très rares en pratique, ceux qui en comportent plusieurs le sont encore bien plus. Il existe des codes mathématiquement plus évolués que le code de double parité qui permettent de détecter et de corriger plus d'une erreur. Cependant, les trois situations que nous venons de décrire se produisent avec n'importe quel code à partir d'un certain nombre d'erreurs. Un code permettant une détection et une correction parfaite de toutes les erreurs ne peut pas exister.

[22]