TS Devoir Maison n°7 Donné le : **lundi 12 mars 2012**

À rendre le : **mercredi 21 mars 2012**

Consigne : une copie par élève

Objectif : travailler sur une démonstration d'un théorème.

- Commun à tous :

Soit (u_n) une suite croissante non majorée.

1. Soit M un nombre réel.
   a) Justifier qu'il existe un entier naturel n_0 tel que $u_{n_0} \geq M$.
   b) Démontrer que : $\forall\, n \in \mathbb{N},\, n \geq n_0 \Rightarrow u_n \geq M$.
2. Quelle en est la conséquence pour la suite (u_n) ?
3. Enoncer le théorème du cours ainsi démontré.

- Sujet A -

Soit (u_n) une suite réelle. On considère les propriétés suivantes :

- P_1 : « La suite (u_n) est majorée. »
- P_2 : « La suite (u_n) n'est pas majorée. »
- P_3 : « La suite (u_n) converge. »
- P_4 : « La suite (u_n) tend vers $+\infty$. »
- P_5 : « La suite (u_n) est croissante. »

1. Donner la traduction mathématique de la propriété P_1.
2. Pour chacune des questions suivantes, répondre sans justifier la réponse.
   a) Si les propriétés P_1 et P_5 sont vraies, que peut-on en conclure pour la suite (u_n) ?
   b) Si les propriétés P_2 et P_5 sont vraies, que peut-on en conclure pour la suite (u_n) ?
   c) Une suite vérifiant la propriété P_4 vérifie-t-elle nécessairement la propriété P_2 ?

- Sujet B -

Indiquez pour chacune des 4 affirmations suivantes, si elle est vraie ou fausse.
Si l'affirmation vous paraît vraie, vous donnerez une démonstration. Si l'affirmation vous paraît fausse, vous citerez un contre-exemple.

1. Si une suite n'est pas majorée, alors elle tend vers $+\infty$.
2. Si une suite est croissante, alors elle tend vers $+\infty$.
3. Si une suite tend vers $+\infty$, alors elle n'est pas majorée.
4. Si une suite tend vers $+\infty$, alors elle est croissante.