Correction DM1

Partie 1.

1. On peut conjecturer que l'ensemble de définition est $[-5\sqrt{65};5\sqrt{65}]$ et que la fonction est strictement croissante sur $[-5\sqrt{65};0]$ et strictement décroissante sur $[0;5\sqrt{65}]$.

2. (a) M appartient au demi-cercle signifie $y \geq 0$ et $OM = 5\sqrt{65}$.
$$\begin{aligned} OM = 5\sqrt{65} &\Leftrightarrow OM^2 = 1625 \\ &\Leftrightarrow (x-0)^2+(y-0)^2 = 1625 \\ &\Leftrightarrow x^2+y^2 = 1625 \end{aligned}$$

   (b)
$$\begin{aligned} y \geq 0 \text{ et } x^2+y^2 = 1625 &\Leftrightarrow y \geq 0 \text{ et } y^2 = 1625-x^2 \\ &\Leftrightarrow y = \sqrt{1625-x^2} \end{aligned}$$

   (c) Ainsi $f(x) = \sqrt{1625-x^2}$.

   (d) $f(x)$ existe si $1625-x^2 \geq 0$ c'est-à-dire $1625 \geq x^2$. Donc $\mathscr{D}_f = [-5\sqrt{65};5\sqrt{65}]$.
   Sur $[0;5\sqrt{65}]$: soit $x<y$. La fonction carrée est croissante sur $[0;+\infty[$ donc $0 < x^2 < y^2 < 1625, 0 > -x^2 > -y^2 > -1625$, $1625 > 1625-x^2 > 1625-y^2 > 0$. La fonction racine carrée est croissante sur $[0;+\infty[$ donc $\sqrt{1625-x^2} > \sqrt{1625-y^2}$: ainsi f est strictement décroissante sur $[0;5\sqrt{65}]$.
   Sur $[-5\sqrt{65};0]$: soit $x<y$. La fonction carrée est décroissante sur $]-\infty;0]$ donc $1625 > x^2 > y^2 > 0, -1625 < -x^2 < -y^2 < 0$, $0 < 1625-x^2 < 1625-y^2 < 1625$. La fonction racine carrée est croissante sur $[0;+\infty[$ donc $\sqrt{1625-x^2} < \sqrt{1625-y^2}$: ainsi f est strictement croissante sur $[-5\sqrt{65};0]$.

   (e) Soit $x \in [-5\sqrt{65};5\sqrt{65}]$ alors $-5\sqrt{65} \leq x \leq 5\sqrt{65}$ donc $5\sqrt{65} \geq x \geq -5\sqrt{65}$ c'est-à-dire $-x \in [-5\sqrt{65};5\sqrt{65}]$.
   $f(-x) = \sqrt{1625-(-x)^2} = \sqrt{1625-x^2} = f(x)$.
   Par conséquent la courbe de f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Partie 2.

1. (a) $5\sqrt{65} \approx 40,31$

   (b) On complète la ligne 6 par 40 ou $5\sqrt{65}$. n représente le nombre de point entiers sur un quart de cercle(on considère les entiers naturels), L1 et L2 les listes des absccisses et ordonnées de ces points.

2. (a)

Entrée
R un réel positif
n,a et k trois variables locales,L1 et L2 deux listes locales vides
Traitement
n **prend la valeur** 0
Pour k de 0 à R **faire**
  a **prend la valeur** $\sqrt{R^2-k^2}$
  Si a est entier **alors**
    n **prend la valeur** $n+1$
    L1[n] **prend la valeur** k
    L2[n] **prend la valeur** a
  FinSi
FinPour
Afficher n, L1, L2.

   (b) Ce qui donne en programmation Xcas :

```
entiercercle:=proc(R)
local L1,L2,k,n,a:
L1:=[]:
L2:=[]:
n:=0:
pour k de 0 jusque R faire
 a:=sqrt(simplifier(R^2)-k^2):
 si (a-floor(a))==0 alors
   n:=n+1:
   L1[n]:=k:
   L2[n]:=a:
 fsi:
fpour:
return n,L1,L2;
end:;
```

   Pour $R=1$ on obtient deux points : $(0;1)$ et $(1;0)$.
   Pour $R=5$ on obtient quatre points : $(0;5)$, $(3;4)$, $(4;3)$ et $(5;0)$.
   Pour $R=5\sqrt{65}$ on obtient huit points : $(5;40)$, $(16;37)$, $(20;35)$, $(28;29)$, $(29;28)$, $(35;20)$, $(37;16)$ et $(40;5)$.

   (c) Il y a donc 8 points entiers sur le demi-cercle. Si on vuet compter les points entiers à valeurs négatives il faut prendre leur symétrique par rapport à l'axe des ordonnées : on obtient 16 points.

3.

Entrée

R un réel positif
n,a et k trois variables locales,L1 et L2 deux listes locales vides

Traitement

n **prend la valeur** 0
Pour k de 0 à R **faire**
- a **prend la valeur** $\sqrt{R^2-k^2}$
- **Si** a est entier **alors**
  - **Si** $k=0$ **alors**
    - n **prend la valeur** $n+1$
    - L1[n] **prend la valeur** k
    - L2[n] **prend la valeur** a
    - n **prend la valeur** $n+1$
    - L1[n] **prend la valeur** k
    - L2[n] **prend la valeur** $-a$
  - **sinon**
    - **Si** a= 0 **alors**
      - n **prend la valeur** $n+1$
      - L1[n] **prend la valeur** k
      - L2[n] **prend la valeur** a
      - n **prend la valeur** $n+1$
      - L1[n] **prend la valeur** $-k$
      - L2[n] **prend la valeur** a
    - **sinon**
      - n **prend la valeur** $n+1$
      - L1[n] **prend la valeur** k
      - L2[n] **prend la valeur** a
      - n **prend la valeur** $n+1$
      - L1[n] **prend la valeur** $-k$
      - L2[n] **prend la valeur** a
      - n **prend la valeur** $n+1$
      - L1[n] **prend la valeur** k
      - L2[n] **prend la valeur** $-a$
      - n **prend la valeur** $n+1$
      - L1[n] **prend la valeur** $-k$
      - L2[n] **prend la valeur** $-a$
    - **FinSi**
  - **Finsi**
- **Finsi**

FinPour
Afficher n, L1, L2.