

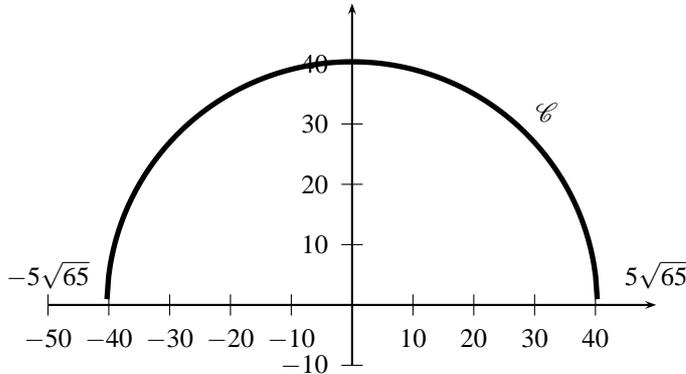


Devoir maison n°1

1 Etude d'un demi-cercle

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. La courbe d'une fonction f est le demi-cercle \mathcal{C} représenté ci-dessous. Conjecturer le domaine de définition et les variations de f .



2. (a) Soit $M(x; y)$ un point du plan. Montrer que M appartient à \mathcal{C} si et seulement si $y \geq 0$ et $x^2 + y^2 = 1625$.
 (b) En déduire que M appartient à \mathcal{C} si et seulement si $y = \sqrt{1625 - x^2}$.
 (c) En déduire une expression de $f(x)$.
 (d) Justifier les conjectures faites en 1.
 (e) Montrer que pour tout réel x de $[-5\sqrt{65}; 5\sqrt{65}]$ alors :
 • $-x \in [-5\sqrt{65}; 5\sqrt{65}]$
 • $f(-x) = f(x)$
 En déduire un élément de symétrie de la courbe \mathcal{C} .

2 Recherche des points entiers

On souhaite déterminer les points entiers de la courbe \mathcal{C} , c'est-à-dire les points de cette courbe dont les coordonnées sont entières.

1. (a) Donner une valeur approchée de $5\sqrt{65}$
 (b) Voici un algorithme :

Entrée

L1 et L2 deux listes locales vides
 n, a et k trois variables locales

Traitement

n prend la valeur 0

Pour k de 0 à ... faire

a prend la valeur $\sqrt{1625 - k^2}$

 Si a est entier alors

n prend la valeur $n + 1$

 L1[n] prend la valeur k

 L2[n] prend la valeur a

 FinSi

FinPour

Afficher $n, L1, L2$.

Compléter la ligne 6. Que représente $n, L1$ et $L2$?

2. (a) Modifier l'algorithme précédent pour connaître le nombre de points entiers sur le demi-cercle de rayon R (penser à la valeur finale de k !).
 (b) Programmer sur Xcas et tester avec $R = 1, R = 5$ et $R = 5\sqrt{65}$.

Coup de pouce Xcas : Pour tester si un nombre positif x est entier, on peut calculer la différence $x - E(x)$ où $E(x)$ représente la partie entière de x . Si ce nombre vaut 0, alors x est entier. La partie entière de x se note $\text{floor}(x)$ sur Xcas.

- (c) Combien y a-t-il de points entiers sur la courbe \mathcal{C} ?
 3. Modifier l'algorithme précédent pour ajouter en sortie le nombre de points entiers sur un cercle de centre O et de rayon R . Tester le programme avec les valeurs précédentes.