NOM et PRENOM : ....

Devoir surveillé 1 Sujet A

Exercice 1

1. Démontrer que pour tout réel x de $[0;1]$ on a

$$x^2 \leq x \leq \sqrt{x}$$

2. Justifier que pour tout réel x de $[-1;1]$ on a

$$\frac{(x+1)^2}{4} \leq \sqrt{\frac{x+1}{2}}$$

Exercice 2

Résoudre :

1. (a) $|x| = -3$ (b) $|2x-1| = 5$ (c) $(x-1)^2 = 4$
2. (a) $|x| \geq 1$ (b) $|x-1| < 1$ (c) $(x+2)^2 > 0$

Exercice 3

On considère l'algorithme suivant :

Entrée
  x un réel
  y variable locale
Traitement
  Si $x < \frac{2}{3}$ **alors**
    y prend la valeur $-3x+2$
  sinon
    y prend la valeur $3x-2$
  Finsi
  Afficher y

1. Faire tourner cet algorithme pour $x = 3$, puis $x = -1$. Quels résultats obtient-on ?
2. Quelle fonction f permet de calculer cet algorithme ? (Donner son expression).

Exercice 4

Soit g une fonction donnée par

$$g(x) = x - 2\sqrt{x} - 2$$

.

1. Quel est l'ensemble de définition de g ?
2. En vous aidant de la calculatrice, répondre aux questions suivantes.
   (a) Conjecturer le sens de variation de g.
   (b) g admet-elle un extremum sur son ensemble de définition ? Si oui, donner sa valeur et l'abscisse en laquelle il est atteint.
3. Montrer que pour tout réel x de son ensemble de définition

$$g(x) = (\sqrt{x} - 1)^2 - 3$$

4. (a) Etudier le sens de variation de g sur $[0;1]$.
   (b) Etudier le sens de variation de g sur $[1;+\infty[$.
5. Montrer que g admet un minimum qu'on précisera.
6. Dresser le tableau de variation de g qui regroupe toutes les informations démontrées.
7. Résoudre l'équation $g(x) = 1$.

NOM et PRENOM : ....

Devoir surveillé 1 Sujet B

Exercice 1

1. Démontrer que pour tout réel x de $[1;+\infty[$ on a

$$\sqrt{x} \leq x \leq x^2$$

2. (a) Justifier que pour tout réel x de $[1;+\infty[$ on a $x+2 \leq (x+2)^2$
   (b) En déduire que la fonction $f(x) = \sqrt{x^2+3x+2}$ peut être définie sur $[1;+\infty[$.

Exercice 2

Résoudre :

1. (a) $|x| = \sqrt{3}$ (b) $|3x-1| = 2$ (c) $(x+2)^2 = -1$
2. (a) $|x| < 2$ (b) $|3x-1| \geq 1$ (c) $(x+2)^2 < 2$

Exercice 3

On considère l'algorithme suivant :

Entrée
  x un réel
  y variable locale
Traitement
  Si $x < \frac{1}{2}$ **alors**
    y prend la valeur $-2x+1$
  sinon
    y prend la valeur $2x-1$
  Finsi
  Afficher y

1. Faire tourner cet algorithme pour $x = 3$, puis $x = -1$. Quels résultats obtient-on ?
2. Quelle fonction f permet de calculer cet algorithme ? (Donner son expression).

Exercice 4

Soit g une fonction donnée par

$$g(x) = x - 4\sqrt{x} + 2$$

.

1. Quel est l'ensemble de définition de g ?
2. En vous aidant de la calculatrice, répondre aux questions suivantes.
   (a) Conjecturer le sens de variation de g.
   (b) g admet-elle un extremum sur son ensemble de définition ? Si oui, donner sa valeur et l'abscisse en laquelle il est atteint.
3. Montrer que pour tout réel x de son ensemble de définition

$$g(x) = (\sqrt{x} - 2)^2 - 2$$

4. (a) Etudier le sens de variation de g sur $[0;4]$.
   (b) Etudier le sens de variation de g sur $[4;+\infty[$.
5. Montrer que g admet un minimum qu'on précisera.
6. Dresser le tableau de variation de g qui regroupe toutes les informations démontrées.
7. Résoudre l'équation $g(x) = 2$.