

Questionnaire partie MATH : repérage et triangulation

Prérequis du cours :

-se rappeler ce qu'est la méridienne verte

méridienne verte, ce n'est pas le méridien de Greenwich origine des longitudes

-pourquoi a-t-elle été mesurée

mesure du méridien terrestre et trancher la forme de la Terre (ce qui n'a pas suffi, controverse avec Newton)

base pour la construction d'une carte de France précise

-quel est le principe de la triangulation

Une distance dans un triangle se déduit des mesures des angles qu'il faut faire avec précision (quart de cercle mobile avec lunettes astronomiques) à l'aide de la loi des sinus.

Pour déterminer la longueur de la méridienne, il suffit de construire une chaîne de triangle du Sud au Nord et de calculer les distances de proche en proche. Puis on projette les côtés des triangles sur la ligne méridienne.

-pourquoi ce travail a été confié à des astronomes

Il faut déterminer la longitude et la latitude sur Terre à partir des étoiles ou du soleil et faire des calculs.

Utiliser des lunettes astronomiques et des cadrans mis au point à l'Observatoire de Paris créé pour cette occasion et y rassembler les connaissances de l'époque.

Sont fournis trois documents d'étude :

Document 1 et 2 : extrait du rapport à l'académie des sciences de la figure de la Terre par Jacques Cassini en 1718 avec la chaîne de triangles et la description des points d'observation.

Document 3 : carte Michelin actuelle

A faire sur le lieu d'observation :**1) Repérage du triangle autour d'Aurillac sur les trois documents**

- a) Reconnaître le triangle autour d'Aurillac sur le document 1, le retrouver sur le schéma du document 2 en utilisant si besoin les informations fournies dans le descriptif. Quelle est son nom ?
Sur le document 1, repasser ce triangle en rouge et nommer les points.
- b) Pourquoi ces points ont-ils été choisis ?

en hauteur visibles de loin dans les lunettes (ce sont les signaux de Cassini).

- c) Retrouver approximativement ce triangle sur la carte Michelin (attention les noms ont sensiblement changé !). Le repasser en rouge.
- d) Orienter la carte Michelin à l'aide de la boussole et observer les lieux correspondant aux points F et G. (retrouver à l'aide des jumelles l'antenne de Labastide Du Haut Mont à gauche des éoliennes, et situer à peu près la direction de Montsalvy)photocopie A3 + échelle 1/175000 1cm :1,75 km

2) La mesure des angles et les distances dans le triangle EFG.

- a) Retrouver dans le document 2 les valeurs (arrondies au degré près) des trois angles du triangle EFG obtenues par les Cassini.

$$\hat{F} = 62^{\circ} 10' 5'' = 62 + 10/60 + 5/3600 = 62,16805556^{\circ}$$

$$\hat{G} = 61^{\circ} 49' 0'' = 61 + 49/60 + 0/3600 = 61,81666667^{\circ} \text{ donc } \hat{E} = 180 - E - F = 56,01527777^{\circ}$$

Estimer à l'œil à quel champ de vision correspond l'angle \hat{E} puis se rappeler que vu de Phobos, on voit la planète Mars sous un angle de 42° . Donner votre impression !

- b) Retrouver dans le document 2 les valeurs arrondies « à la toise près » des trois longueurs des côtés du triangle EFG obtenues par Cassini. Convertir ces trois longueurs en mètres en sachant que la toise est de environ 1,947 m.

$$EF = 17426 \text{ toises et } 2 \text{ pieds} = 17426,33 \text{ toises (6 pieds dans une toise)}$$

$$EF = 17426,3 \times 1.947 = 33\,929 \text{ m} \quad EG = 34\,040 \text{ m} \quad FG = 31\,918 \text{ m}$$

Comparer ces trois distances avec celles relevées sur la carte Michelin en mesurant avec votre règle (attention à l'échelle !). (On pourra vérifier par la suite avec un logiciel type géoportail)

Est-ce facile d'estimer une distance à l'œil ?

Pourquoi les triangles sont-ils aussi grands? Pour obtenir une grande précision de la mesure des angles et de la précision dans les calculs.

- c) Pourquoi ont-ils utilisé d'autres triangles auxiliaires autour d'Aurillac ? pour vérification des calculs mais aussi pour mailler la carte de France.

3) Les calculs utilisés pour la triangulation

- a) Jean Dominique Cassini est parti de Paris vers le Sud, quelle est donc le dernier triangle entièrement mesuré avant celui autour d'Aurillac ? _____ CEF

En déduire quelle est la longueur du triangle EFG calculée avec le triangle précédent : _____ EF

Retrouver sa valeur dans les résultats fournis dans le document 2 : _____

soit un nombre décimal de toises de : (voir question parti e1)

Retrouver aussi les valeurs des deux angles \hat{F} et \hat{G} mesurés et convertir le résultat en un nombre décimal de degrés arrondis à 10^{-8} . En déduire l'angle en E (voir question parti e1)

- b) Rappeler la formule des sinus vue en classe reliant les côtés du triangle FEG et « l'angle en face »

- c) Refaire page 4 les calculs effectués par J-D. Cassini pour déterminer les deux autres longueurs du triangle FEG à partir de la longueur EF obtenue à l'aide du triangle précédent.

A l'aide de la formule des sinus dans le triangle EFG: $\sin \hat{G} / EF = \sin \hat{F} / EG = \sin \hat{E} / FG$ on obtient :

$$EG = \sin F / \sin G \times EF = \sin 62,16805556 / \sin 61,81666667 \times 17426,3 = 17483,24 \text{ soit environ } 17483 \text{ toises et } 2 \text{ pieds}$$

$$FG = \sin E / \sin G \times EF = \sin (56,01527777) / \sin 61,81666667 \times 17426,3 = 16393,22 \text{ soit environ } 16\,393 \text{ toises et } 2 \text{ pieds}$$

Document 4

- d) **Bonus** : Comment ont-été calculées les valeurs données dans le document ci-dessous ? Quelle mesure d'angle supplémentaire doit-on connaître ? Faire apparaître cet angle sur la carte du document 1. Comment peut-on concrètement mesurer cet angle sur le terrain ?

Il nous faut l'angle entre la direction du côté du triangle et la direction de l'axe Nord-Sud (obtenu avec le Soleil où les étoiles). C'est-à-dire l'angle entre la méridienne et le côté du triangle. Toujours avec des instruments d'observation type sextant et quart de cercle.

[https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ridienne_\(g%C3%A9od%C3%A9sie\)#La_m%C3%A9ridienne_de_Picard](https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ridienne_(g%C3%A9od%C3%A9sie)#La_m%C3%A9ridienne_de_Picard)

A l'aide des documents 2 et 3, tracer en vert sur la méridienne du document 1 les segments correspondant à la longueur donnée entre la « Chaumière de Marmanhat » et la « Chapelle de Saint Pierre », puis les segments correspondant à leur distance à la méridienne. Reporter les valeurs.

DE LA TERRE. <i>Partie I.</i> 81	
<i>Distances de divers lieux à la Meridienne de l'Observatoire.</i>	<i>Distances de l'Observatoire à la perpendiculaire tirée de divers lieux sur la Meridienne.</i>
	<i>Toises. Toises.</i>
Chapelle S. Mary	755 Occ. 206542
Clocher de la Paroisse de Mauriac	382 Occ. 206898
Arbre sur le Puy d'Ovassins	8365 Occ. 208355
Tilleuil d'Aveze	1223 Occ. 210148
Arbre Meridional de Dron	1693 Or. 211360
Puy de Violent	10043 Or. 211907
Col de Cabre	14796 Or. 214756
Plomb de Cantal	17030 Or. 215951
Chaumiere de Marmagnat	6091 Or. 219937
Bois de la Fage près d'Aurillac	4724 Or. 223633
Arbre de S. Mamet	1581 Occ. 227348
La Baftide	8922 Occ. 228784
Maifon de Marcoulés	351 Or. 232182
Clocher de S. Antoine	278 Occ. 233571
Clocher de Montfalvy	6481 Or. 236128
Chapelle de S. Pierre	5031 Or. 237388
Tour de Rodés	9528 Or. 256495

vallon d'Oyez. Plusieurs de ses habitants se sont créés une fortune assez considérable dans l'industrie. Le village leur doit quelques jolies maisons.

D'Aiguesparges, nous n'avons que quelques pas à faire et quelques prés de montagne à franchir, en passant aux sources du vallon d'Auzolles, pour atteindre: La Bastide 2° *Bastide* (la), humble village en chaume, avec un petit château, situé au N. et à 3 kil. 1/2 environ du bourg, sur le plateau occidental de la commune. Il est abrité par un groupe de mamelons comprenant les points culminants de la commune. Un de ces sommets arrondis et revêtus d'une épaisse pelouse a servi aux observations géographiques de Cassini, qui passa plusieurs jours à la Bastide. Du haut de cette butte, on découvre un immense horizon qui embrasse plusieurs départements. Aussi, les officiers d'état-major chargés de lever la carte de l'ont-ils de nouveau choisie pour y dresser un de leurs signaux. Elle a 973 m. d'élévation; celle des sommets voisins est de 980, 949 et 919 m., tandis que la hauteur moyenne du plateau, dans la commune, est de 860 m., et que le niveau de la vallée varie entre 630 et 650 m. environ. Les mamelons dont nous venons de parler sont pacagés par plusieurs vacheries. Quelques-uns d'entre eux avaient été considérés par M. Dérilier comme des tumulus celtiques; mais les fouilles entreprises sur ses indications n'ont pas donné des résultats satisfaisants.

L'habitation de la Bastide, aujourd'hui abandonnée, se compose d'un corps de logis adossé à une tour carrée; elle est située à l'origine des deux branches du ruisseau de la Baisse ou de Reilhaguet. Quoique dans une région élevée, cette demeure avait quelque agrément. Une haute futaie de tilleuls l'entoure de son voile et projette son ombre sur la montagne nue. Derrière ce rideau de feuillée, l'Alpe cantalienne s'étend indépendante et austère, planant sur les magnificences de la vallée d'Authre comme une sierra d'Espagne sur la vallée du Guadalquivir. A l'aspect du château, le paysage prend, au contraire, de la grâce et de la fraîcheur. Le petit vallon d'Eltalou qui s'ouvre à ses pieds joue entre les hêtres et les frênes parsemés dans ses prés. Plus loin, son lit de verdure s'articule davantage; il ondule alors entre les bois jetés en pentifs sur ses côtes, et va rejoindre à quelque distance le val de Vermenouze, issu des mêmes lieux. Celui-ci commence humblement dans la rocaille et dans la bruyère; mais il prend peu à peu vie, couleur et gaieté. La

A AURILLAC.

Hauteurs Meridiennes du bord supérieur du Soleil.

Le 12 Octobre, par le Quart de Cercle	, 37 ^d 52' 0"
Le 13	37 29 0
Refraction moins la parallaxe	1 8
Donc hauteur véritable	37 27 52
Demi-diamètre du Soleil	16 10
Donc hauteur du centre	37 11 42
Déclinaison du Soleil, le 13	7 53 5
Donc hauteur de l'Equateur	45 5 47
Et hauteur du pôle à Aurillac	44 55 13

Par les opérations Trigonométriques, la différence, entre les parallèles de Paris & du Bois de la Fage qui est sur une hauteur au Midi d'Aurillac, a été trouvée de 223 633 toises ou 3^d 55', qui étant retranchés de 48^d 50' 10"

Suite des Mem. de 1718.

hauteur du pôle de Paris, donne la hauteur d'Aurillac de 44^d 55' 10".

