

# Rallye mathématique 2012

## 15<sup>e</sup> édition Auvergne

6 mars 2012

## Epreuves interclasses troisièmes et secondes

### Les consignes

Chers collégiens et lycéens d'Auvergne, Le succès du "Rallye Mathématique d'Auvergne" n'a plus à faire ses preuves. Cette année encore, vous êtes près de 3 000 à y participer. Comme les années précédentes, l'équipe d'organisation du Rallye s'est mobilisée pour la phase qualificative de l'année 2012 et vous a élaboré des sujets aux thèmes variés et originaux. Elle espère que, tout en faisant preuve au sein de votre équipe, d'initiative, de perspicacité et aussi appel à vos connaissances et compétences, vous prendrez plaisir à les résoudre ainsi qu'à réaliser l'affiche qui vous est demandée. Nous souhaitons bon courage à vous tous !

**Françoise Barachet,**  
IA-IPR en mathématiques  
**Agnès Duranthon,**  
IA-IPR en mathématiques  
**Claire Marlias,**  
IEN en mathématiques-sciences

#### ➤ Contact

**Anne Cruzier,**  
professeure de mathématiques,  
membre de l'APMEP  
anne.cruzier@ac-clermont.fr

- Les calculatrices sont autorisées.
- La solution de chacun des 4 problèmes communs et des 2 sujets correspondant au niveau de la classe sera rédigée sur une des feuilles jointes
- Chaque feuille portera :
  - le nom de la classe,
  - le nom de l'établissement,
  - le numéro du problème,
  - ainsi que l'effectif de la classe et des participants.
- Un des problèmes devra être illustré sur une affiche comportant le nom de la classe et de l'établissement.
- Les élèves de lycée professionnel peuvent avoir accès à un ordinateur qui ne soit pas relié à Internet.
- Le jury appréciera à la fois la qualité esthétique, l'originalité et la qualité des contenus mathématiques.
- Pour chaque problème, le jury évaluera :
  - l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées,
  - l'argumentation,
  - la présentation.

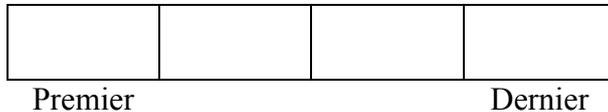
## Sujets communs à tous les niveaux

### (1) Mise en bouche (les 4 exercices sont indépendants)

1. Quatre chats sont assis en ligne. Utiliser les informations suivantes pour trouver la position de chacun.

- Le chat gris, désigné par G, n'est ni le premier, ni le dernier.
- Le chat tigré, représenté par T, est à la droite du chat blanc, représenté par B.
- Le chat noir, représenté par N, est entre le chat tigré et le chat gris.

Noter, de gauche à droite, les emplacements des quatre chats identifiés par leur lettre.

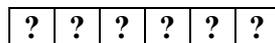


2. Aïcha a 6 filles et aucun fils. Certaines de ses filles ont aussi six filles, les autres n'en ont aucune.

Aïcha a au total 30 filles ou petites filles.

Combien des filles de Aïcha n'ont aucune fille ?

3. Combien peut-on composer de codes à 6 chiffres avec un seul 0 et un seul 1, les autres chiffres pouvant être répétés ?



4. Le nombre  $10^{2011} - 2011$  est-il divisible par 3 ? Et  $10^{2012} - 2012$  ?

### (2) Le coffre-fort

On a découvert dans une vieille maison de campagne un coffre-fort qui était là depuis la deuxième guerre mondiale. Mais pour l'ouvrir, il faut connaître le secret de sa serrure qui ne s'ouvre que lorsque les 5 cercles situés sur la porte, avec les 26 lettres de l'alphabet disposées sur le pourtour de chacun d'eux, sont réglés pour former un code déterminé. Personne ne connaissait ce code !

On a décidé d'essayer toutes les possibilités.

Quatre secondes suffisent pour un essai.

Est-on sûr que le coffre sera ouvert au bout de 10 jours ?

### (3) Les 4 langues

Dans un des grands hôtels de Paris, qui accueille des touristes de nombreux pays, 4 voyageurs se sont un jour rencontrés. Ils avaient tous des nationalités différentes et, bien que chacun d'eux pouvait parler deux des quatre langues suivantes : anglais, français, allemand et espagnol, il n'y avait cependant aucun langage commun aux quatre. En fait, seulement une langue était parlée par plus de deux personnes.

On sait que :

- Personne ne parlait à la fois le français et l'allemand.
- Même si John ne parlait pas l'anglais, il pouvait quand même servir d'interprète quand Peter et Jacob voulaient se parler.
- Jacob parlait allemand et pouvait aussi parler avec William bien que William ne connaisse pas un mot d'allemand.
- John, Peter et William ne pouvaient pas communiquer dans la même langue.

Quelles affirmations sont correctes parmi celles-ci :

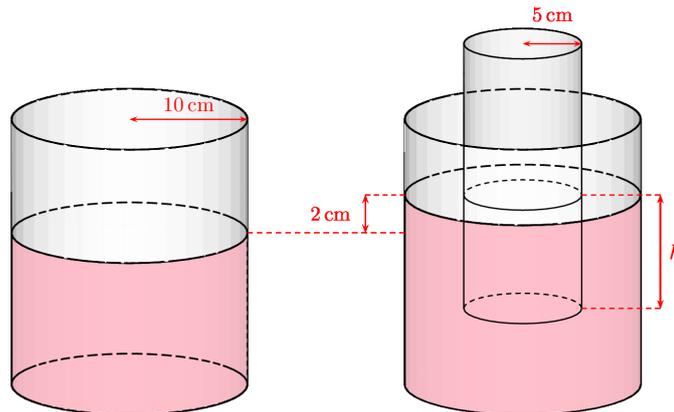
- A) John parlait allemand, mais pas anglais
- B) Jacob parlait français et anglais
- C) Peter parlait français et anglais.
- D) William parlait français mais pas allemand.
- E) On ne peut rien affirmer.

#### (4) Histoire de cylindres

On met une certaine quantité d'eau dans un cylindre de rayon 10 cm.

On immerge une partie d'un cylindre plein de rayon 5 cm dans l'eau et on remarque que le niveau d'eau augmente de 2 cm.

Calculer la hauteur  $h$  de la partie immergée du cylindre plein.

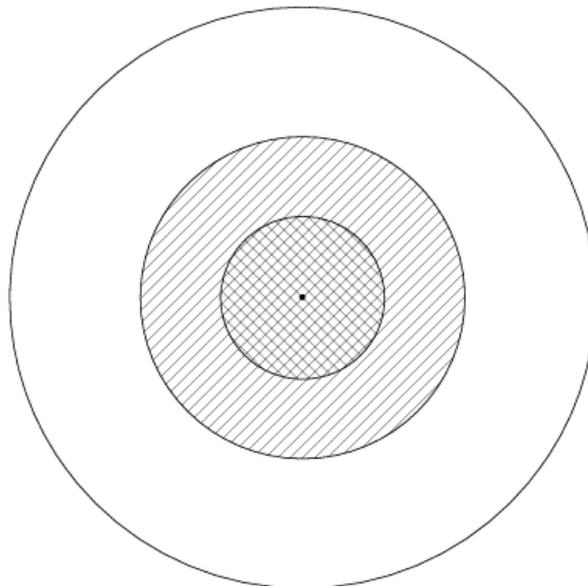


### Sujets collège

#### (5) Les 3 zones

Dans la figure ci-contre, le grand cercle est de rayon donné, en cm.

Quels sont les rayons des deux autres cercles concentriques, sachant que l'aire de la zone 1 est le triple de l'aire de la zone 2 qui, elle-même, est le triple de l'aire de la zone 3 ?



	: zone 1		: zone 2		: zone 3
---	----------	---	----------	--	----------

#### (6) Le terrain de Bertrand

Bertrand possède un terrain rectangulaire dont la longueur est le double de la largeur.

Une grande allée, de largeur constante, d'une superficie de  $928 \text{ m}^2$ , le borde intérieurement. Lorsque il fait le tour de son terrain, il remarque une différence de 48 m entre le parcours effectué au bord intérieur de l'allée et celui correspondant au bord extérieur.

Quelle est la superficie totale du terrain de Bertrand ?

## Sujets lycée professionnel

### **(7) Un tonneau bien salé**

Fernand dissout dans un tonneau 6,4 kg de sel dans de l'eau pure afin d'obtenir 100 litres d'eau salée. Après avoir bien mélangé, il enlève 25 litres du contenu du tonneau, puis rajoute 25 litres d'eau pure. Après avoir mélangé il prélève à nouveau 25 litres du tonneau et rajoute 25 litres d'eau pure. Quelle quantité de sel est maintenant dissoute dans le tonneau ?

### **(8) Multiples de la somme de leurs chiffres**

Le travail peut être fait avec un tableur.

On cherche les nombres qui sont multiples de la somme de leurs chiffres.

1. Vérifier que 12 a cette propriété mais que 13 ne l'a pas.
2. Donner tous les nombres inférieurs à 99 vérifiant cette propriété.
3. Quel est le 200<sup>ème</sup> nombre qui est multiple de la somme de ses chiffres ?

*Si l'exercice est fait à l'aide d'un tableur, le fichier doit être enregistré et envoyé par courrier électronique par le professeur à [xmalbert@ac-clermont.fr](mailto:xmalbert@ac-clermont.fr) au plus tard mercredi 7 mars à 12h.*

## Sujets lycée général et lycée technologique

### **(9) Cercle et bâton**

Un cercle de 40 cm de rayon est tracé au sol. On lance un bâton. Une de ses extrémités est sur le cercle.

1. Quelle est la probabilité que l'autre extrémité du bâton soit à l'intérieur du disque sachant que la longueur du bâton est égale à 40 cm ?
2. Quelle sera la nouvelle probabilité si le bâton ne mesure plus que la moitié du précédent, c'est-à-dire 20 cm ?

### **(10) Pair ou impair ?**

Tout élève de seconde connaît les nombres entiers pairs ou impairs.

Maël et Manon veulent étendre cette notion aux nombres rationnels positifs.

Pour cela ils fixent deux règles :

- Si on ajoute 1 à un nombre pair, on obtient un nombre impair et si on ajoute 1 à un nombre impair, on obtient un nombre pair.
- L'inverse d'un nombre pair est pair et l'inverse d'un nombre impair est impair.

1. Déterminer la parité de  $1/2$ ,  $3/2$ ;  $2/3$ ;  $3/5$
2. Le nombre  $2739/2012$  est-il pair ou impair?
3. Ces règles déterminent-elles la parité de tous les nombres rationnels positifs?
4. Manon regrette de n'utiliser que les nombres positifs et propose d'ajouter une troisième règle : un nombre et son opposé ont la même parité. Maël lui répond que ce n'est pas possible. Pourquoi ?