TD 1S2 Etude d’algorithmes année 2015-2016

Partie I : Avec des nombres entiers

Dans cet exercice, k et n sont deux entiers.

On appelle **liste** un couple de deux entiers n et k sans importance d’ordre (la liste {n,k} est identique à la liste {k,n})

1. On donne l'algorithme suivant :

```
c prend la valeur 0
Pour k variant de 0 à 5
        Pour n variant de 0 à 5
                c prend la valeur c + 1
                Si k² + n² ≤ 25
                Alors
                    afficher la liste {k,n}
                Fin du Si
        Fin du Pour
Fin du pour
afficher c
```

   a. Parmi les listes suivantes, dire lesquelles sont affichées par cet algorithme (barrer ceux qui ne conviennent pas): {1 ; 4} {3 ; 4} {4 ; 4} {4 ; 0}

   b. Programmer cet algorithme sur la calculatrice.

   c. Quelle est la valeur de c affichée à la fin de l'exécution de l'algorithme ? A quoi correspond-t-il ? comment le modifier pour qu’il compte de nombre de listes vérifiant la condition.

   d. Comment modifier la ligne 3 pour ne pas faire apparaître la même liste deux fois ?

2. Comment interpréter graphiquement le fonctionnement de cet algorithme dans un carré de côté 5 ?

Commentaires :

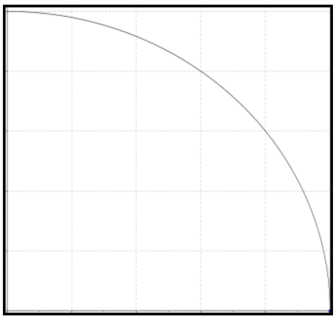
3. A quelle question d’ordre géométrique cet algorithme répond-il ? peut-on le généraliser à tous les quarts de disques de rayon R ? Déterminer la réponse avec un quart de disque de rayon 10. Modifier l’algorithme du début pour qu’il affiche le résultat pour R entier variant de 5 à 100 avec un pas de 5.

4. Modifier l’algorithme précédent pour faire afficher le quotient du nombre de points dans le quart de disque de rayon R divisé par le nombre de points dans le carré de côté R multiplié par 4. Que remarque-t-on ? comment l’interpréter ?

5. Modifier l’algorithme pour répondre à la question dans le disque plein.

Partie 2 : Avec des nombres aléatoires

Un exemple du calcul d'une valeur approchée du nombre π en utilisant la méthode de Monte Carlo. (remarque on pourrait aussi utiliser la méthode du Comte Buffon évoqué par Clément Sire lors de sa conférence et lancer des aiguilles sur le parquet !)



1. On considère un carré de côté 1 et le quart de cercle de rayon 1 construit à l'intérieur.
Quelle est la probabilité qu'un point tiré au hasard dans le carré appartienne au quart de disque ?

En répétant un grand nombre de fois le tirage de points, que peut-on dire de la proportion de points à l'intérieur du quart de cercle par rapport à l'ensemble des points?

En déduire une méthode pour déterminer une approximation du nombre π.

2. En vous aidant de l'algorithme de la partie 1, construire un algorithme permettant de mettre en œuvre cette méthode dans le quart de cercle ci-dessus puis le programmer sur la calculatrice.

Algorithme :
Lire n , le nombre de points
……

Programme TI.

3. Programmer l'algorithme à l'aide du logiciel ALGOBOX en utilisant ses possibilités graphiques.

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  a EST_DU_TYPE NOMBRE
  x EST_DU_TYPE NOMBRE
  y EST_DU_TYPE NOMBRE
  r EST_DU_TYPE NOMBRE
  f EST_DU_TYPE NOMBRE
  c EST_DU_TYPE NOMBRE
  z EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  x PREND_LA_VALEUR 0
  c PREND_LA_VALEUR 0
  POUR a ALLANT_DE 1 A 100
    DEBUT_POUR
    TRACER_SEGMENT (x,F1(x))->(x+0.01,F1(x+0.01))
    x PREND_LA_VALEUR x+0.01
    TRACER_SEGMENT (1,0)->(1,1)
    TRACER_SEGMENT (0,1)->(1,1)
    TRACER_SEGMENT (0,0)->(1,0)
    TRACER_SEGMENT (0,0)->(0,1)
    FIN_POUR
  AFFICHER "Combien voulez-vous de points ?   "
  LIRE n
  AFFICHER n
  POUR a ALLANT_DE 1 A n
    DEBUT_POUR
    x PREND_LA_VALEUR random()
    y PREND_LA_VALEUR random()
    TRACER_POINT (x,y)
    r PREND_LA_VALEUR x*x+y*y
    SI (r<=1) ALORS
      DEBUT_SI
      c PREND_LA_VALEUR c+1
      FIN_SI
    FIN_POUR
  AFFICHER "Nombre de points à l'intérieur du quart de disque :   "
  AFFICHER c
  f PREND_LA_VALEUR c/n
  AFFICHER "f =  "
  AFFICHER f
  z PREND_LA_VALEUR 4*f
  AFFICHER "4 x f =  "
  AFFICHER z
FIN_ALGORITHME
```

Fonction numérique utilisée :

F1(x)=sqrt(1-x*x)