

## TD 8 : Forme trigonométrique et exponentielle d'un complexe

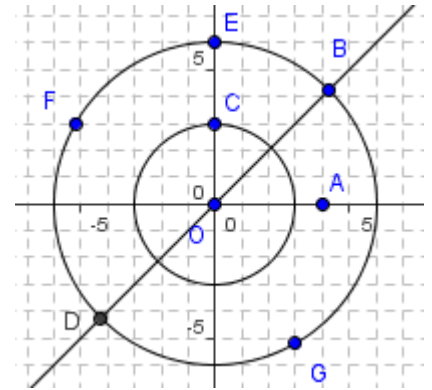
Objectif : savoir utiliser la forme trigonométrique (ou exponentielle) d'un nombre complexe

- parce que cette écriture permet de faire le lien entre la géométrie et les nombre complexes, en interprétant les modules en termes de distances et les arguments en termes d'angles orientés.
- Parce que cette forme est bien plus efficace pour multiplier des complexes et calculer des puissances

Dans tous les exercices, le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ;  $\vec{u}, \vec{v}$ )

### Énoncé 1 :

1. Déterminer par lecture graphique le module et un argument des affixes des points A, B, C, D, E, F et G.
2. Déterminer sans calcul, le module et un argument des nombres complexes suivants :  $5$ ,  $-3i$ ,  $(\sqrt{3} + 1)i$ ,  $-(\sqrt{2} + 2)$
3. Représentez dans un plan complexe les points d'affixes respectives :  $1 + i$  ;  $-1 - i$  ;  $5$  ;  $3i$  ;  $4 - 4i$  ;  $-5i$  ;  $3 + 3i$ .  
Puis, sans calcul, par des considérations géométriques, donner un argument de chacun de ces nombres.



### Énoncé 2 : n° 34 page 155

### Énoncé 3 :

1. Ecrire sous forme trigonométrique et sous la forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{2}}, z_2 = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}, z_3 = 4e^{i\frac{4\pi}{3}}, z_4 = e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

2. On donne  $z_1 = e^{i\frac{\pi}{6}}$  ;  $z_2 = 3e^{-i\frac{\pi}{3}}$  ;  $z_3 = \sqrt{2}e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

Ecrire sous forme exponentielle puis algébrique les nombres complexes :

$$-z_1 ; \frac{1}{z_3} ; z_1 z_2 z_3 ; \frac{z_1}{z_2 z_3} ; z_2^2 ; z_3^6$$

3. Ecrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :

$$20 ; -7 ; 7i ; 3 - 3i ; (\sqrt{3} + i)^5 ; \frac{4}{1+i} ; 5\left(\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)\right) ; (\sqrt{3} - 2)e^{i\frac{7\pi}{12}}$$

4. Déterminer la forme algébrique du complexe  $Z = (\sqrt{3} - i)^9 (-3 + i)^2$

5. Ecrire sous forme exponentielle  $z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2(1+i)}$  ;  $z_2 = \frac{5(-1+i)}{\sqrt{3} + i}$

6. Déterminer la forme exponentielle, trigonométrique et algébrique de  $z_1 = -e^{i\frac{\pi}{3}}$  ;  $z_2 = ie^{i\frac{\pi}{6}}$  ;  $z_3 = -2ie^{-i\frac{\pi}{4}}$

Énoncé 4 : On note  $Z = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$  ; les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- 1)  $|Z| = 1$  ;    2)  $Z = -(1 - i) e^{i\frac{\pi}{3}}$  ;    3)  $\frac{-\pi}{12}$  est un argument de Z ;    4)  $Z = e^{i\frac{13\pi}{12}}$

### Autres exercices

n° 37 et 39 page 155 du livre de la classe