

Réunion Groupe algo

Evaluation

IREM, le 28 septembre 2011 de 14h à 17h

On distinguera deux aspects : l'évaluation en **contrôle continu** (en classe) qui a fait l'objet du travail et l'évaluation **terminale** (sujets de bac) pour laquelle il conviendra de faire des propositions dont on trouve ici quelques exemples.

Evaluation en contrôle continu

lecture d'un algorithme :

★ **compétence évaluée** : savoir exécuter un algorithme à la main :

Entrée	x un réel
	y, z, w variables locales
Traitement	y prend la valeur $x - 1$ z prend la valeur y^2 w prend la valeur $3z$
	Afficher w
Faire tourner l'algorithme pour la valeur 2. Quel résultat obtient-on? (On écrira le détail des étapes) ^a	
<hr/> <small>a. faut-il demander le détail des étapes?</small>	

★ **compétence évaluée** : savoir compléter un algorithme

reprenre l'exemple de Bernard V.

★ énoncer ce qu'un algorithme exécute

Entrée	x un réel
	y variable locale
Traitement	Si $x < \frac{2}{3}$ alors y prend la valeur $-3x + 2$ sinon y prend la valeur $3x - 2$ finsi
	Afficher y
Quelle fonction cet algorithme permet-il de calculer? (Donner son expression)	

★ savoir décider de la correction d'un algorithme **à faire : c'est une compétence très liée à la précédente**

★ savoir décider de la terminaison d'un algorithme **à faire : c'est une compétence très liée à la précédente**

★ corriger un algorithme **à faire**

écriture d'un algorithme

- ★ écrire une variante d'un algorithme donné¹

Entrée

x un réel
 y, z, w variables locales

Traitement

y prend la valeur $x - 1$
 z prend la valeur y^2
 w prend la valeur $3z$

Afficher w

Transformer cet algorithme pour, à partir de x , calculer $4x^2 - 1$.

- ★ écrire un algorithme qui calcule une fonction donnée

Ecrire un algorithme qui calcule $|x|$.

- ★ déterminer le nombre d'itérations d'une boucle

un exemple ???

- ★ déterminer la valeur d'une variable à la sortie d'une boucle

un exemple ???

- ★ choisir une bonne boucle

Ecrire un algorithme qui retourne la liste des carrés d'entiers inférieurs à un nombre n donné.^a

a. Cette formulation est ambiguë; une telle ambiguïté est intéressante en situation d'apprentissage, mais préjudiciable en situation d'évaluation. Exercice : écrire sous une formulation non ambiguë

Problème :

. entrée : un entier
. sortie : la liste des carrés jusqu'à n .

- ★ Traduire tests

proposer des réponses correctes utilisant différents types de boucles et des réponses erronées attendues de la part d'élèves.

- ★ **compétence évaluée** : utilisation d'une variable locale en compteur

1. le problème de la mise en forme qui pourrait être un frein semble évacué par ces formulations

Problème :
entrée : un entier n
sortie : le nombre d'entiers jusqu'à n tels que.

Conception d'un algorithme :

★ **compétence évaluée** : utilisation d'une variable locale en accumulateur
Cette compétence sera exigible d'après le projet de programme de TS page 16/17.

Problème :
entrée : un entier n
sortie : la somme des entiers jusqu'à n .

★ algorithme de calcul d'une suite définie par récurrence

Blablabla

★ algorithme de simulation d'une suite d'expérience aléatoire

Blablabla

★ algorithme exhaustif
Savoir que tout problème du type :

Donnée : X un ensemble fini et P une propriété
Question : existe-t'il un élément de X satisfaisant la propriété P

peut être résolu par un algorithme de recherche exhaustive, sous réserve que :

- a) on dispose d'une énumération calculable de X ,
- b) on dispose d'un algorithme permettant de tester P

peut on exiger la capacité à isoler et traiter isolément les trois questions : expliciter une énumération calculable de X , expliciter un algorithme permettant de tester P , réaliser une boucle.

Exemples

Ecrire un algorithme qui résout le problème suivant :
Donnée : n
Question : nombre de triplets $(a, b, c) \in [0; n]^3$ tels que $a < b < c$

Trois boucles

Ecrire un algorithme qui résout le problème suivant :
Donnée : R
Question : trouver les points entiers sur le cercle de centre 0 de rayon R

complexité qualitative vs quantitative

★ Déterminer le nombre d'itération d'une boucle (déborde du cadre algorithmique + efficacité)

en cours

Distinguer les compétences : maths vs algo vs info

difficulté du lien avec les concepts mathématiques :

Enumérer $X = \{x; x \equiv p \pmod{q}\}$

Ecrire un algorithme comptant

★ Quelle position face à la commande break??

★ Python autorise les affectations simultanées

```
a,b = 1,2  
a,b = b, a  
afficher a,b
```

Cet algorithme affiche 2,1.

Quelle peut être la position de l'enseignant face à cette incongruité?

interaction entre les acquisitions en math et en algo

Etude de sujets de bac

Exemple1

D'après une production de Philippe Lac, IREM de Clermont-Ferrand sur une idée de Gilles Dowek, Ecole Polytechnique.

L'objectif de ce problème est de trouver les entiers x qui satisfont :

$$(E) : x^5 = 33x^4 + 1218x^3 + 8310x^2 + 12280x + 79800.$$

1. Première difficulté

- (a) Tester si les entiers 0, 1, 2 sont solutions de l'équation (E) ?
- (b) Pourquoi ne peut-on pas tester ainsi tous les nombres entiers ?

2. On contourne la difficulté

- (a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 - 33x^4 - 1218x^3 - 8310x^2 - 12280x - 79800$.
- (b) Expliquer pourquoi on peut nécessairement se ramener à un nombre fini de tests à effectuer pour résoudre cette équation.

3. Recherche d'un majorant des solutions

- (a) Résoudre, dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{N} , l'inéquation $\frac{1}{5}x^5 - 33x^4 > 0$.
- (b) De même, résoudre, dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{N} , les inéquations

$$\frac{1}{5}x^5 - 1218x^3 > 0, \quad \frac{1}{5}x^5 - 8310x^2 > 0, \quad \frac{1}{5}x^5 - 12280x > 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{5}x^5 - 79800 > 0.$$

- (c) Dédire des résultats précédents la valeur d'un entier M , pour lequel on peut affirmer que :

si x est solution de l'équation (E) alors x inférieur à M .

4. Algorithme de recherche des solutions

Que réalise l'algorithme suivant :

solution reçoit une liste vide ;

Pour i de 1 à M % M désigne l'entier trouvé dans la question précédente

. a reçoit $i^5 - 33i^4 - 1218i^3 - 8310i^2 - 12280i - 79800$

. Si $a = 0$ ajouter la valeur de i dans la liste *solution*

Afficher la liste *solution*

Exemple 2 : trichotomie et maximum d'une fonction

D'après une production de Henri ROLAND, IREM d'Aix Marseille

On considère la fonction f définie sur $[-2; 1]$ par $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 6x$.

Q. étude des variations mettant en évidence l'existence d'un maximum sur atteint en x_0 .

On veut donner une valeur approchée de x_0 .

Q. Déterminer c et d divisant $[-2; 1]$ en trois intervalles de même longueur (avec $c < d$).

Calculer $f(c)$ et $f(d)$.

Les résultats obtenus permettent-ils de dire lequel des trois intervalles $[-2; c]$ ou $[c; d]$ ou $[d; 1]$ contient x_0 ?

Les résultats obtenus permettent-ils de dire lequel des trois intervalles $[-2; c]$ ou $[c; d]$ ou $[d; 1]$ ne contient pas x_0 ?

Donner un intervalle $[a; b]$ inclus dans $[-2; 1]$ et qui contient le nombre x_0 .

Q. Reprendre la méthode initiée dans la question précédente en remplaçant $[-2; 1]$ par $[a; b]$ et obtenir un nouvel encadrement de x_0 .

Q. Si on répète encore deux fois la méthode, quelle sera alors la largeur de l'encadrement de x_0 obtenu ?

Q. $a < x_0 < b$. On suppose que f est définie sur $[a; b]$, strictement croissante sur $[a; x_0]$ et strictement décroissante sur $[x_0; b]$. On choisit c et d tels que $a < c < d < b$.

Démontrer que si $f(c) < f(d)$ alors $x_0 \in [d; b]$, si $f(c) = f(d)$ alors $x_0 \in]c; d[$ et si $f(c) > f(d)$ alors $x_0 \in [a; c]$

Q. En s'appuyant sur les résultats précédents, écrire un algorithme permettant de calculer un encadrement de x_0 à une précision donnée.