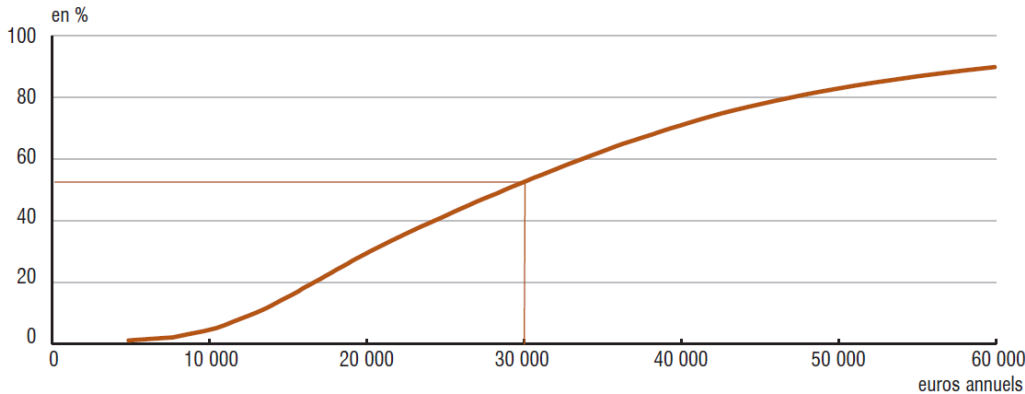


Objectif du TD : réinvestissement des connaissances de statistiques, étude des inégalités de répartition des revenus disponibles et comparaison avec la répartition du patrimoine pour les ménages, mise en évidence à l'aide de graphiques et d'indicateurs (courbes de Lorenz et coefficient de Gini)
 Les données, tableaux et graphiques proviennent de l'étude de l'INSEE : « les revenus et patrimoines des ménages, édition 2006 et 2012».

Partie A : revenu disponible des ménages. construction d'une courbe de Lorenz

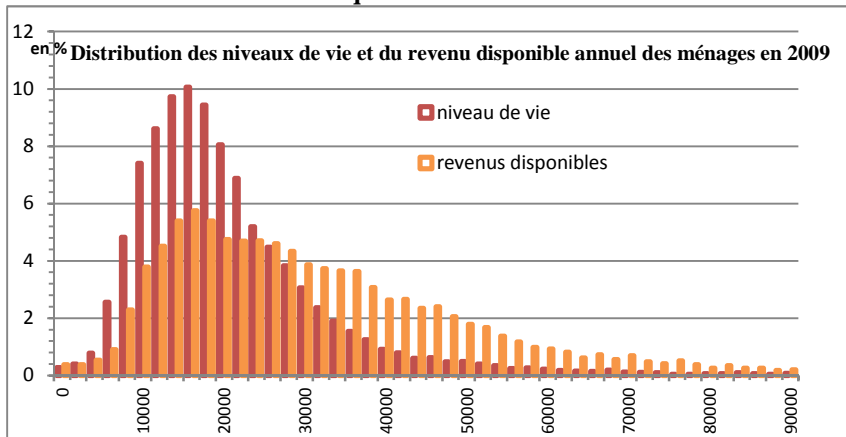
I- Quelques tableaux et graphiques :

1. Répartition du revenu disponible des ménages en 2009



Champ : France métropolitaine, ménages dont le revenu déclaré au fisc est positif ou nul et dont la personne de référence n'est pas étudiante.
 Lecture : en 2009, 52 % des ménages ont un revenu disponible annuel inférieur à 30 000 euros.
 Sources : Insee ; DGFiP ; Cnaf ; Cnav ; CCMSA, enquête Revenus fiscaux et sociaux 2009.

2- Distribution des fréquences



Source : d'après le graphique de la distribution des revenus et des niveaux de vie relatif à 2003 et le graphique des répartitions pour 2009, publiés par l'Insee.
 Lecture : le pas de l'histogramme est de 2000 € ; la hauteur de la barre de coordonnées n en abscisse est donc égale à la proportion de revenus ou niveaux de vie compris entre n et n+2000 : ainsi 9,4% des individus ont un niveau de vie annuel en 2009 compris entre 18000€ et 20000€ et 5,4% des ménages ont un revenu disponible compris entre 18000€ et 20000€

3- Distribution des revenus disponibles des ménages.

en euros
2009 par an

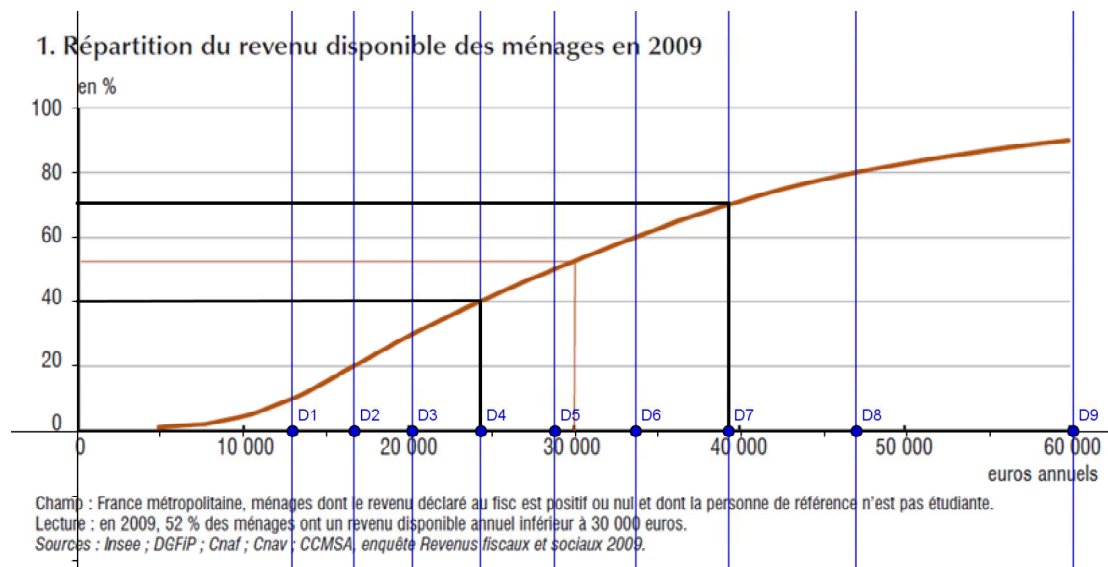
	2009
1er décile (D1)	12 930
2ème décile (D2)	16 660
3ème décile (D3)	20 190
4ème décile (D4)	24 290
Médiane (D5)	28 740
6ème décile (D6)	33 640
7ème décile (D7)	39 260
8ème décile (D8)	46 880
9ème décile (D9)	59 900
Rapport interdécile (D9/D1)	4,6

Lecture : en 2009, 10 % des ménages ont un revenu disponible inférieur à 12 930 euros.

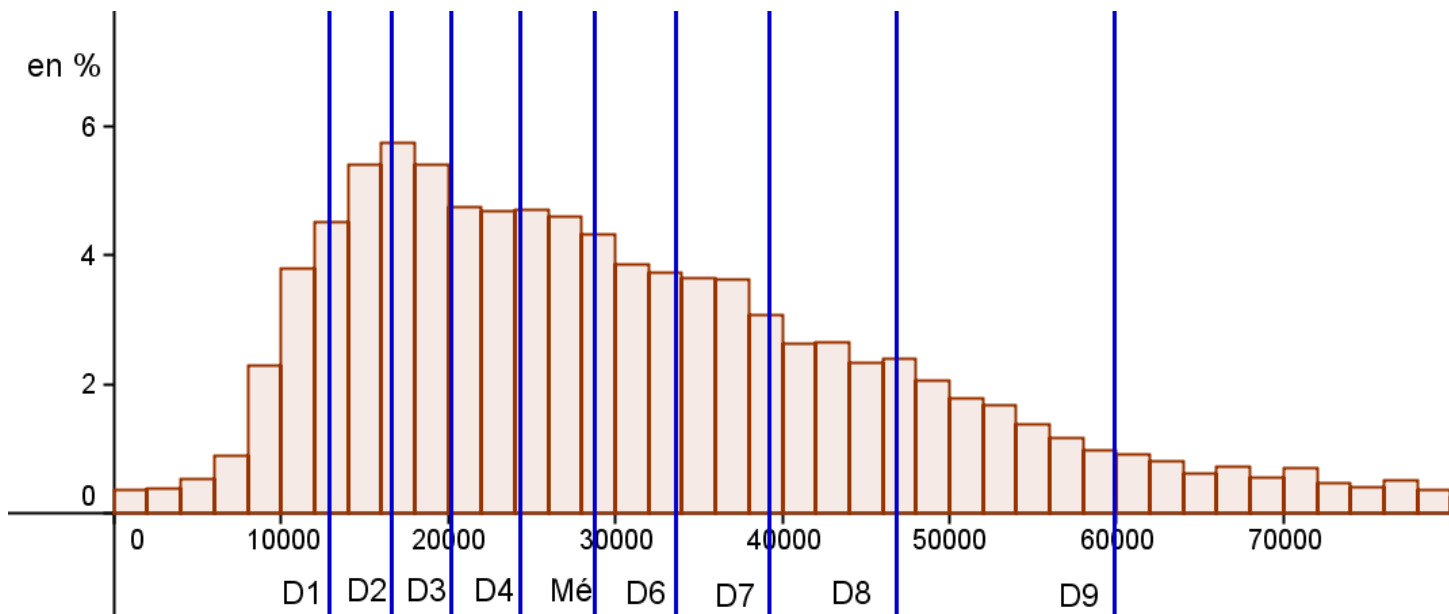
- Vérifier la valeur de D4 et D7 sur le graphique n°1.
- Placer sur les deux graphiques 1 et 2 précédents, les valeurs des déciles.

Etude faite dans le TD précédent sur les déciles

Remarque : Les écarts entre les déciles ne sont pas réguliers



Champ : France métropolitaine, ménages dont le revenu déclaré au fisc est positif ou nul et dont la personne de référence n'est pas étudiante.
 Lecture : en 2009, 52 % des ménages ont un revenu disponible annuel inférieur à 30 000 euros.
 Sources : Insee ; DGFiP ; Cnaf ; Cnav ; CCMSA, enquête Revenus fiscaux et sociaux 2009.



II- Evaluation de la dispersion du revenu disponible des ménages en utilisant les déciles : construction de la courbe de Lorenz

1) **répartition du revenu disponible des ménages par décile**

3. Revenu disponible par ménage selon la tranche de revenu en 2009

Tranche de revenu annuel disponible	Limite supérieure de tranche (décile)	Revenu annuel moyen	Nombre d'UC moyen par ménage
Inférieur à D1	12 930	9 480	1,54
D1 à D2	16 660	14 870	1,52
D2 à D3	20 190	18 410	1,55
D3 à D4	24 290	22 190	1,58
D4 à D5	28 740	26 480	1,57
D5 à D6	33 640	31 150	1,56
D6 à D7	39 260	36 350	1,55
D7 à D8	46 880	42 780	1,58
D8 à D9	59 900	52 650	1,60
Supérieur à D9	///	90 970	1,56

en euros par an

Champ : France métropolitaine, ménages dont le revenu déclaré au fisc est positif ou nul et dont la personne de référence n'est pas étudiante.
 Lecture : en 2009, les 10 % des ménages dont le revenu est compris entre 12 930 euros (D1) et 16 660 euros (D2) ont un revenu annuel disponible moyen de 14 870 euros.
 Sources : Insee ; DGFIP ; Cnaf ; Cnav ; CCMSA, enquête Revenus fiscaux et sociaux 2009.

Faire une phrase expliquant la ligne entourée :

Selon l'Insee, en 2009, 10 % des ménages dont le revenu disponible est compris entre 24 290 euros (D4) et 28 740 euros (D5) ont un revenu disponible annuel moyen de 26 480 euros.

A l'aide des chiffres ci-dessous fournis par l'Insee pour l'année 2009, nombre total de ménages : 26 701 milliers ; masse totale des revenus disponibles: 922 110 millions d'euros 2009 vérifier que la moyenne des revenus disponibles pour l'ensemble des ménages est de environ 34 540 €.

$$\bar{x} = \frac{\text{masse total des revenus disponibles détenue par les ménages}}{\text{nombre total de ménages}} = \frac{922\,110\,000\,000}{26\,701\,000} \approx 34\,535 \text{ €}$$

Quel est le nombre de ménages dans chaque décile ? 10% de l'ensemble des ménages, soit environ 2 670 100 ménages

Quelle formule permet de retrouver le revenu disponible moyen pour l'ensemble des ménages en n'utilisant que le tableau donné au bas de la page précédente ? la proportion des ménages dans chaque classe est de 10% donc égale à 0,1 ($\bar{x} = \sum p_i x_i$)

$$\bar{x} = 0,1 \times 9480 + 0,1 \times 14\,870 + 0,1 \times 18\,410 + 0,1 \times 22\,190 + 0,1 \times 26\,480 + 0,1 \times 31\,150 + 0,1 \times 36\,350 + 0,1 \times 42\,780 + 0,1 \times 52\,650 + 0,1 \times 90\,970 \approx 34\,533 \text{ €}$$

remarque: on peut mettre 0,1 en facteur pour simplifier le calcul !

2) Répartition de la masse totale des revenus disponibles en 2009 par décile

décile	limite supérieure du revenu annuel disponible des ménages(en €)	pourcentage de la masse totale des revenus disponibles détenu par chacune des tranches de déciles	Cumul du pourcentage de la masse totale revenus disponibles
D1 10% = 0,1 [0 ; D1 [12 930	2,8	2,8 0,028
D2 [D1 ; D2 [16 660	4,3	2,8 + 4,3 = 7,1 0,071
D3 [D2 ; D3 [20 190	5,3	12,4 0,124
D4 [D3 ; D4 [24 290	6,4	18,8 0,188
D5 50% = 0,5 [D4 ; D5 [28 740	7,7	26,5 0,265
D6 [D5 ; D6 [33 640	9,0	35,5 0,355
D7 [D6 ; D7 [39 260	10,5	46,0 0,46
D8 [D7 ; D8 [46 880	12,4	58,4 0,584
D9 [D8 ; D9 [59 900	15,2	73,6 0,736
supérieur à D9 [D9 ; ... [26,4	100 1

Lecture (SES) : les ménages dans la tranche du cinquième décile, c'est-à-dire ayant un revenu disponible compris entre D4 et D5 détiennent 7,7 % de la masse totale des revenus disponibles des ménages.

Lecture (Math) : A l'aide de toutes les données fournies dans les tableaux précédents, les calculs qui permettent de retrouver la valeur de 7,7% pour D5 sont :

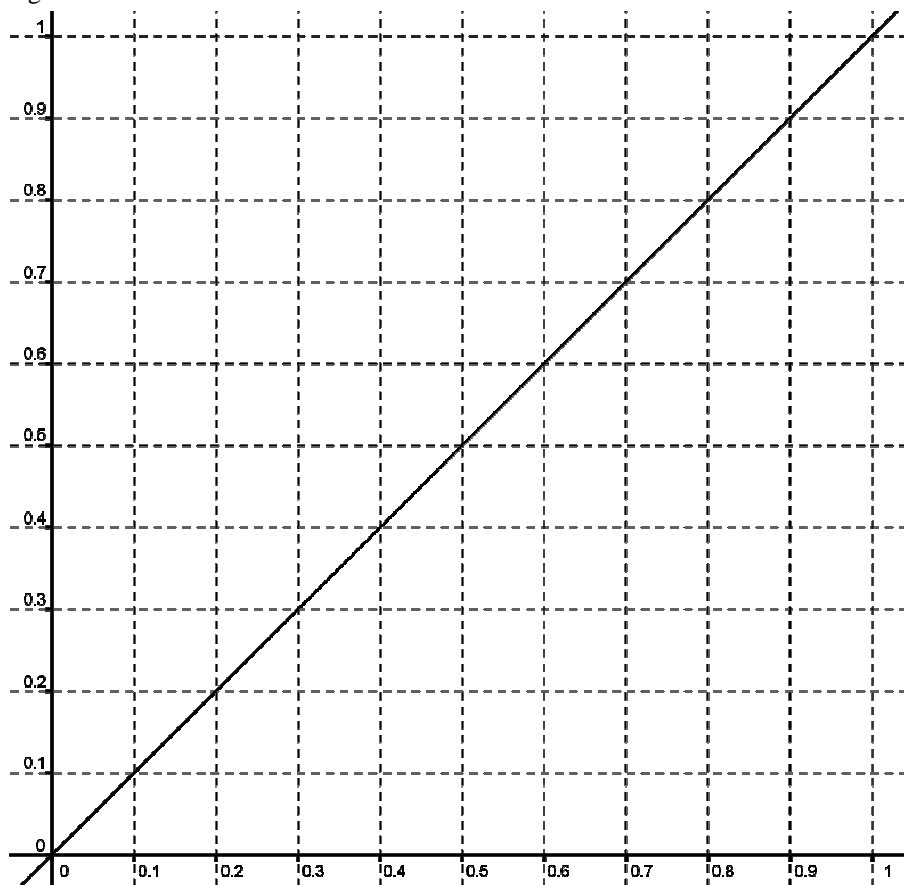
Les 10% des ménages ayant un revenu disponible compris entre D4 et D5 (2 670 100 ménages), ont un revenu moyen dans cette tranche de 26 480 €, donc détiennent : $2\ 670\ 100 \times 26\ 480 \text{ €}$ (donc environ 70 704 248 000 €).

Ce qui représente en pourcentage de la masse totale : $\frac{2\ 670\ 100 \times 26\ 480}{922\ 110\ 000\ 000} \times 100 \approx 7,67$ donc environ 7,7 % de la masse totale des revenus

3) Construction d'une courbe de Lorenz

Pour la construction d'une courbe de Lorenz : le pourcentage cumulé de la masse totale des revenus disponible est fonction des pourcentages des déciles correspondants.

Compléter la quatrième colonne du tableau ci-dessus, puis construire en rouge dans le graphique ci-dessous les points correspondants. (première colonne (cumulés des % des déciles) ; quatrième colonne (cumulés des % de la masse totale)), et joindre les points par des segments.

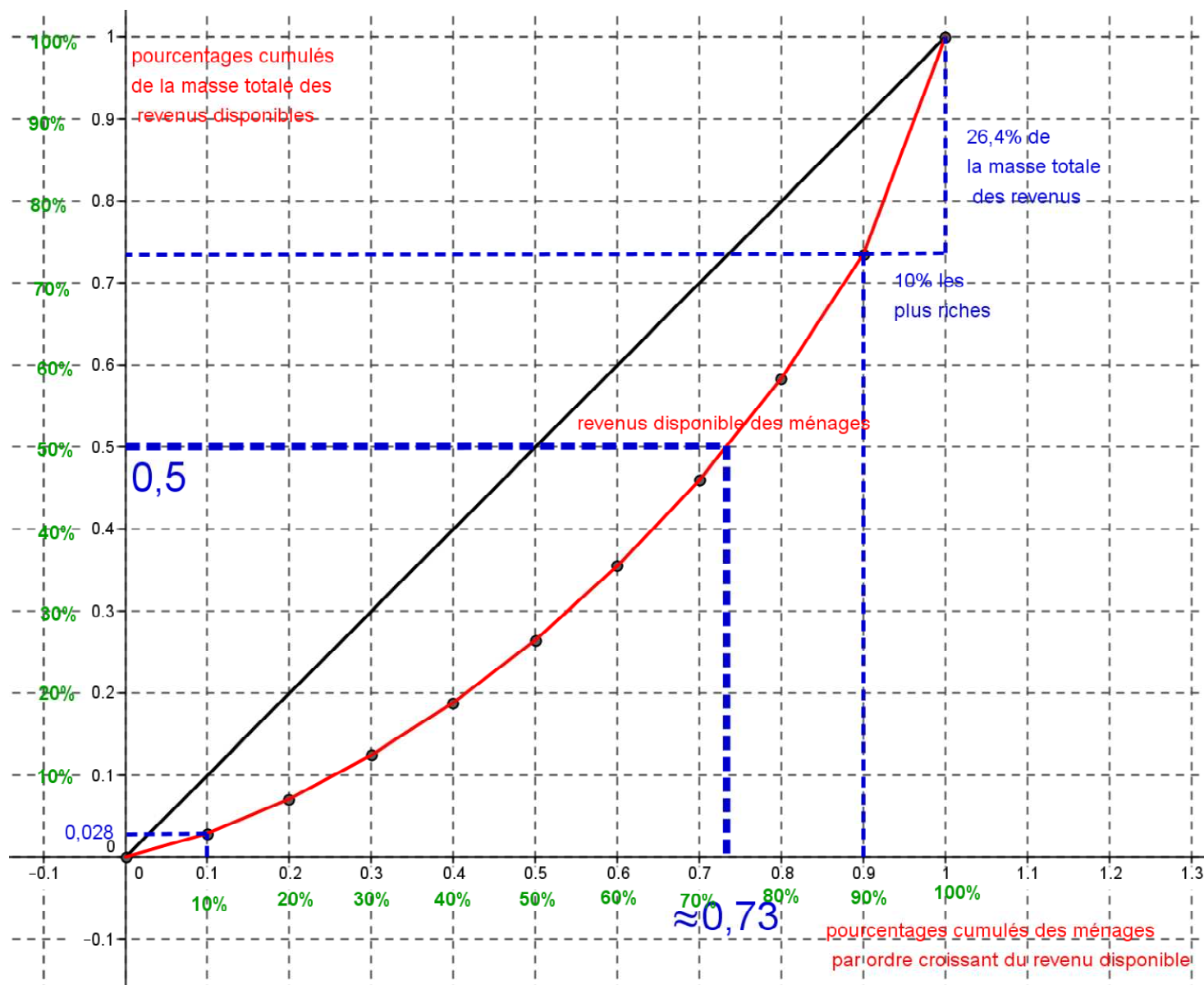


Lecture (SES): Compléter à l'aide du tableau et du graphique les phrases suivantes :

En 2009, les 10% des ménages français qui avaient les revenus les plus bas touchaient au plus **12 930** euros ce qui représente **2,8 %** du revenu total alors que si la répartition était égalitaire, ils toucheraient **10 %** du revenu total soit un écart de **7,2 points** .

En 2009, les 10 % des ménages qui avaient les revenus les plus élevés touchaient au moins **59 900** euros ce qui représente **26,4 %** du revenu total.

En 2009, la moitié de la masse totale des revenus disponibles est détenue par les **73 %** des ménages qui ont les revenus les plus faibles et ceci signifie donc que les 27 % des ménages ayant les revenus les plus élevés détiennent **50 %** de cette masse totale des revenus.



4) Définition et interprétation d'une courbe de Lorenz

en SES :

Dans ce type de graphique où les abscisses sont les déciles (cumul croissant de fréquences) et en ordonnées les parts d'une grandeur étudiée (cumul croissant de pourcentages) , les courbes obtenues s'appellent des **courbes de Lorenz**. Elles mettent en évidence la répartition de la grandeur étudiée pour permettre des comparaisons .

Quelle est l'interprétation de la diagonale du graphique ?

La diagonale correspond à une répartition parfaite des revenus disponibles puisque 50% des ménages disposeraient de 50% des revenus (chaque ménage a le même revenu), ce qui correspondrait à une société parfaitement égalitaire. On parle de droite d'équité.

Quelle interprétation peut-on donner de l'éloignement de la courbe de Lorenz des revenus disponibles avec la diagonale ?

C'est la situation inverse: plus la courbe s'éloigne de la diagonale plus la répartition est inégalitaire .

en math

Une courbe de Lorenz représente une fonction f vérifiant les quatre conditions suivantes :

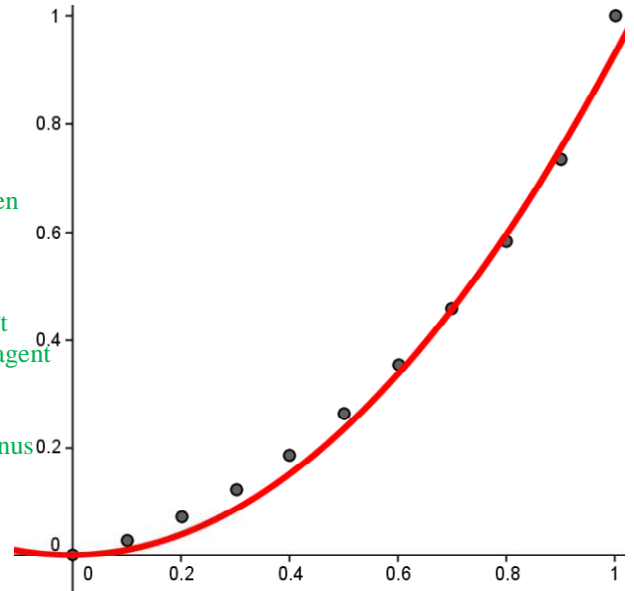
- f est définie sur l'intervalle $[0, 1]$ (attention aux pourcentages compris entre 0 et 1)
- f est croissante sur $[0, 1]$ et $f(x) \leq x$ pour $x \in [0, 1]$
- f est convexe
- $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$

Retrouver ces caractéristiques mathématiques par la méthode de construction d'une telle courbe en SES.

- La répartition se fait entre 0% et 100% donc sur l'intervalle $[0;1]$, et est en dessous de la droite d'équirépartition (droite d'équation $y = x$).

- f est croissante et convexe puisque une courbe de Lorenz a une pente constamment croissante, car les revenus de la population ayant été rangés par ordre croissant, les classes successives ont une part du revenu total M qui croît de plus en plus vite. (les 10% des ménages dans la tranche supérieure se partagent une part plus importante que la précédente).

- $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$ car 0% des ménages se partagent 0% de la masse totale des revenus et 100% des ménages se partagent la totalité de la masse des revenus soit 100% !!!



En utilisant un tableur, ajustons les données à l'aide **d'un ajustement polynomial pour le revenu disponible 2009.**

(il existe bien d'autres ajustement pour une courbe de Lorenz , voir exercices)

On obtient : $f(x) = 0,92x^2 + 0,01x$

Vérifier en exercice que cette fonction f correspond (à peu près) à une courbe de Lorenz

- f est définie sur l'intervalle $[0;1]$, $f(0) = 0,92 \times 0^2 + 0,01 \times 0 = 0$ et $f(1) = 0,92 \times 1^2 + 0,01 \times 1 = 0,93 \approx 1$ (imprécision due à l'ajustement simpliste utilisé).
- f est dérivable sur l'intervalle $[0;1]$ et $f'(x) = 0,92 \times 2x + 0,01 = 1,84x + 0,01$ puisque x est positif, on reconnaît la somme de nombres positifs donc $f'(x)$ est positif et on déduit que la fonction f est croissante sur $[0,1]$.
- $f''(x) = 1,84$ qui est une fonction constante positive donc f est une fonction convexe sur $[0;1]$.

Partie B : étude de la répartition du patrimoine et comparaison , définition du coefficient de Gini,

1) Etude de la répartition du patrimoine

Construire dans le graphique précédent, à l'aide du tableau ci-dessous fourni par l'Insee, la courbe de Lorenz du patrimoine en France en 2010. (on pourra s'aider d'un tableau comme celui page 323 du manuel de SES)

Masse du patrimoine détenue par les x % des ménages les plus riches

Masse du patrimoine détenue par :	2004	Evolution entre 2004 et 2010	2010*	En %	Masse du patrimoine détenue
les 10 % les plus riches	46	2,3%	48	Les 10% les plus pauvres	100-99,94=0,06 donc 0,06% soit 0,0006 à placer sur le graphique !
les 20 % les plus riches	64	0,8%	65	Les 20% les plus pauvres	0,23% soit 0,0023
les 30 % les plus riches	76	0,5%	77	Les 30% les plus pauvres	0,73% soit 0,0073
les 40 % les plus riches	86	0,5%	86	Les 40% les plus pauvres	2% soit 0,02
les 50 % les plus riches	93	0,5%	93	Les 50% les plus pauvres	7% soit 0,07
les 60 % les plus riches	97	0,5%	98	Les 60% les plus pauvres	14% soit 0,14
les 70 % les plus riches	99	0,2%	99,27	Les 70% les plus pauvres	23% soit 0,23
les 80 % les plus riches	100	0,0%	99,77	Les 80% les plus pauvres	35% soit 0,35
les 90 % les plus riches	100	0,0%	99,94	Les 90% les plus pauvres	52% soit 0,52

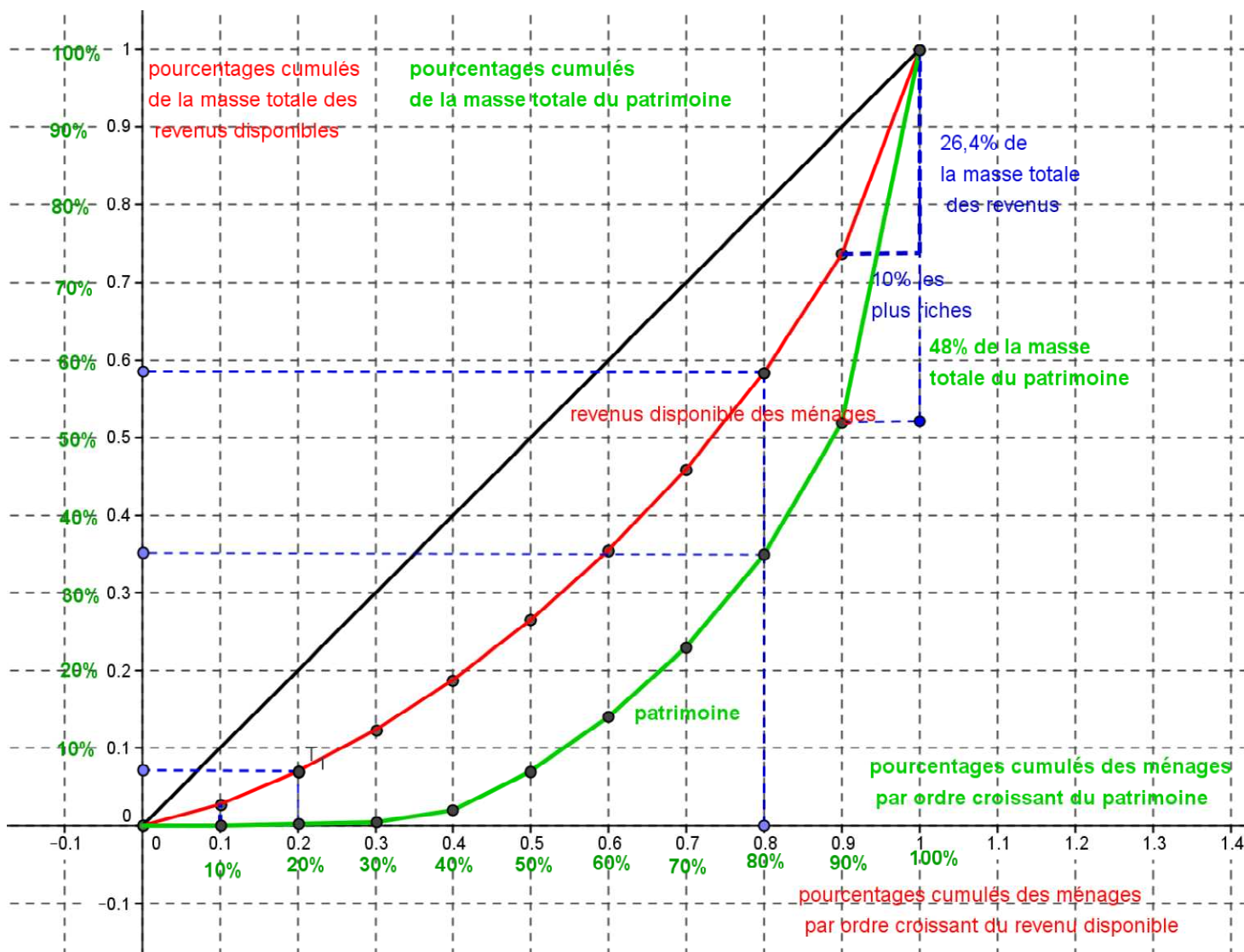
Note 1 : le patrimoine détenu comprend les biens immobiliers, les actifs financiers ainsi que le patrimoine professionnel pour les actifs indépendants.

Note 2 : ces indicateurs appartiennent à la liste des indicateurs préconisés par le rapport "Niveaux de vie et inégalités sociales" du CNIS.

Lecture : en 2010, les 10 % des ménages aux patrimoines les plus élevés détiennent 48 % de la masse totale du patrimoine.

Champ : France métropolitaine pour 1998 et 2004, France entière pour 2010 (nouvelle méthodologie), population des ménages.

Source : Insee, enquêtes Patrimoine 1998, 2004 et 2010.



La seconde courbe de Lorenz du patrimoine est plus éloignée de la droite d'équité ou diagonale que la courbe de Lorenz du revenu disponible ce qui signifie que **la répartition du patrimoine est plus inégalitaire que celle des revenus.**

L'étude du graphique et du tableau permet de montrer que les 20% des ménages français qui ont le patrimoine le plus faible détiennent seulement **0,23 %** de la masse totale du patrimoine alors que les 20% des ménages français qui ont le revenu disponible le plus faible détiennent **7,1 %** de la masse totale des revenus disponibles.

De même les 20% dont le patrimoine est le plus élevé détiennent **65 %** de la totalité du patrimoine alors que les 20% dont le revenu disponible est le plus élevé détiennent **41,6 %** de la masse totale des revenus disponibles.

On peut donc ici mettre en évidence que la part du patrimoine détenue par les 20 % les plus riches est $(65/0,23) \approx 280$ fois plus importante que la part des 20% des ménages ayant le patrimoine le plus faible. Par contre, ce même rapport pour la part des revenus disponibles est seulement de $(41,6/7,1) \approx 5,9$.

Ce dernier rapport est un indicateur de dispersion et est appelé par l'insee : $(100-S80) / S20$ (voir tableau)

2) Le coefficient de Gini

On définit ainsi un nouvel indicateur : **le coefficient de Gini**

Le coefficient de Gini noté souvent γ est égal au rapport des deux aires :

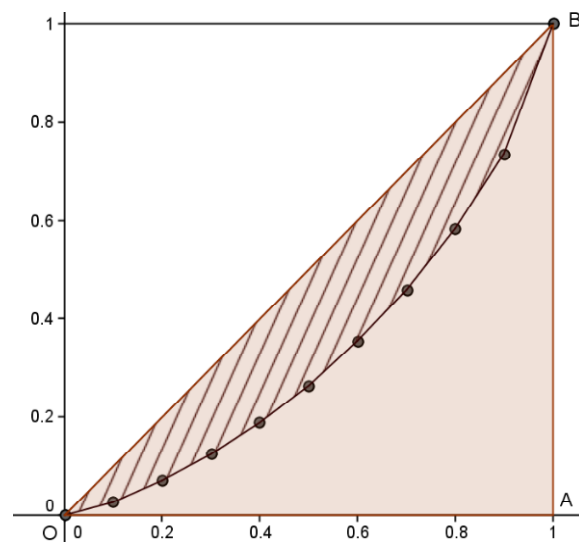
$$\gamma = \frac{\text{aire de la partie hachurée}}{\text{aire du triangle OAB}}$$

Propriétés : Plus l'écart entre la courbe et la droite d'équité est grand et plus le coefficient de Gini est grand.

Ce coefficient compris entre 0 et 1 permet de comprendre que plus il se rapproche d'un coefficient proche de 0 plus la répartition est **égalitaire** ; par contre plus il se rapproche de 1 plus la répartition est **inégalitaire**.

Ce nombre (un indicateur) permet ainsi de mettre en évidence l'évolution des inégalités sur une période , la comparaison entre pays ou entre des catégories différentes ...

(manuel de math page 139 BORDAS collection indice , édition 2012)



En math, ce coefficient s'exprime avec les « intégrales des fonctions » ...

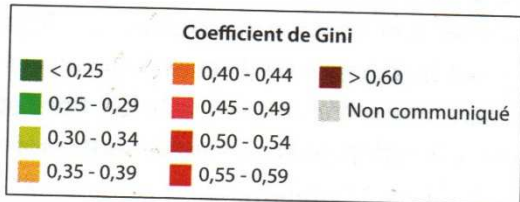
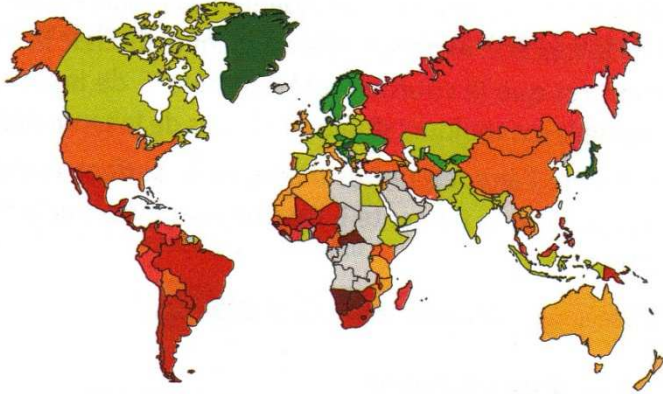
- On exprime parfois l'indice de Gini en pour-cent en parlant de coefficient de Gini. C'est ainsi qu'un indice de Gini de 75 équivaut à un coefficient de Gini de 0,75.

1) Permettre de comparer par exemple les inégalités des revenus selon les pays, (extrait du manuel de math page 139)

1. a. Entre quelles valeurs est compris ce coefficient de façon générale ?

b. Que peut-on dire si ce coefficient est proche de 1 ?
S'il est proche de 0 ?

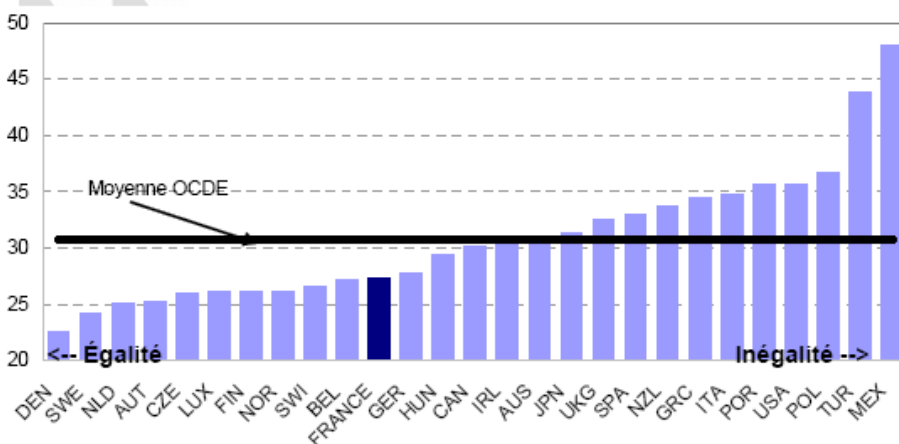
c. Observer la carte ci-dessous.



Quels sont les pays dans lesquels les inégalités sont les plus fortes ?

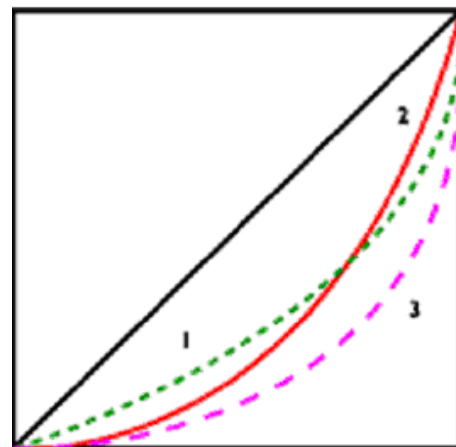
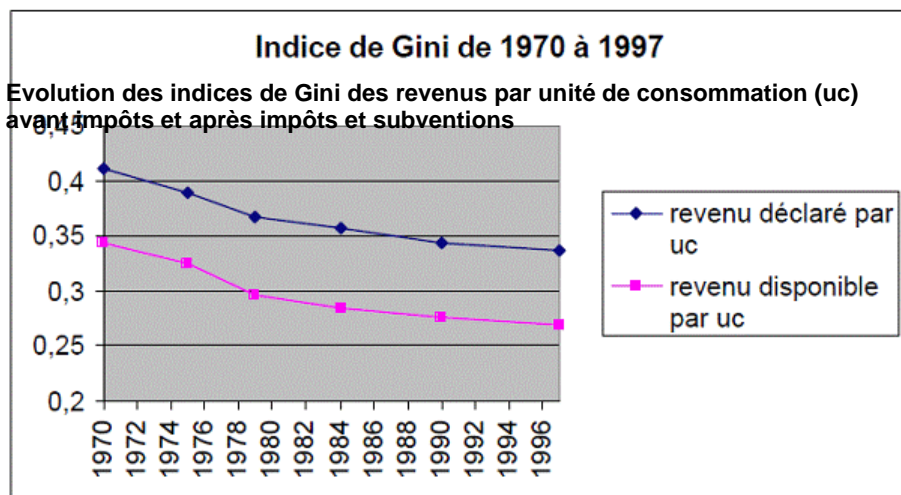
lecture de ces données sur un graphique :

Coefficient de GINI d'inégalité de revenu disponible, autour 2000



Les pays historiquement égalitaires ont un coefficient de l'ordre de 0,2 (Bulgarie, Hongrie, Slovaquie, Tchèque, Pologne,...). Les pays les plus inégalitaires au monde ont un coefficient de 0,6 (Brésil, Guatemala, Honduras, ...). En France, le coefficient de Gini est de 0,36 (source : INSEE revenus fiscaux 2004). Celui de la Chine est en train de monter et dépasse maintenant 0,5. (wikipedia)

2) Permettre de suivre l'évolution du coefficient sur une période :



3) Attention : inconvénients de l'utilisation du coefficient de Gini

Si les courbes se croisent, on ne peut pas utiliser correctement le coefficient de Gini. D'où l'utilisation de multiples indicateurs de dispersion (ou de concentration) du revenu ou du patrimoine.

6. Indicateurs de concentration du patrimoine brut et du revenu disponible en 2010

	Patrimoine brut	Revenu disponible
D9/D1	193,3	4,6
D9/D5	3,6	2,1
D5/D1	54,0	2,2
S20	0,2	7,1
S50	7,5	26,5
S80	35,5	58,4
(100-S80)/S20	258,7	5,9
Gini	0,647	0,346

Champ : France métropolitaine, ménages dont le revenu déclaré est positif ou nul et dont la personne de référence n'est pas étudiante.
Lecture : le rapport entre le patrimoine plancher des 10 % de ménages les plus aisés et le patrimoine plafond des 10 % les plus modestes s'élève à 193,3 en France métropolitaine. Les 20 % les moins dotés ont 0,2 % de la masse totale de patrimoine brut (S20), les 50 % les moins bien dotés en ont 7,5 %, tandis que les 20 % les plus aisés en ont 64,5 % (100 - S80), soit 258,7 fois plus.

Sources : Insee, enquête Patrimoine 2010 ; Insee-DGI, enquête Revenus fiscaux et sociaux 2009.

2. Quelques indicateurs sur le revenu disponible des ménages de 2001 à 2009

montants annuels en euros constants 2009

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Revenu disponible médian	27 580	28 290	27 900	27 690	27 790	28 170	28 430	28 600	28 740
Revenu disponible moyen	32 650	33 350	33 070	32 870	33 090	33 730	34 060	34 490	34 540
1 ^{er} décile (D1)	12 560	12 720	12 750	12 610	12 550	12 740	12 840	12 880	12 930
9 ^e décile (D9)	56 810	58 070	57 580	57 110	57 300	58 470	59 290	59 550	59 900
Rapport interdécile (D9/D1)	4,5	4,6	4,5	4,5	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6
S20 (%)	7,3	7,3	7,3	7,3	7,1	7,1	7,1	7,1	7,1
S50 (%)	27,2	27,1	27,2	27,0	26,9	26,7	26,6	26,5	26,5
S80 (%)	59,4	59,3	59,3	59,1	59,0	58,5	58,6	58,3	58,4
(100-S80)/S20	5,5	5,6	5,5	5,6	5,7	5,8	5,8	5,9	5,9
Indice de Gini	0,333	0,334	0,334	0,337	0,340	0,344	0,344	0,346	0,346

Champ : France métropolitaine, ménages dont le revenu déclaré au fisc est positif ou nul et dont la personne de référence n'est pas étudiante.

Lecture : en 2009, les 20 % de ménages les plus modestes disposent de 7,1 % de la somme des revenus disponibles (S20), les 20 % les plus aisés ont 41,6 % de la somme des revenus disponibles (complément à 100 de S80).

Sources : Insee ; DGI, enquêtes Revenus fiscaux et sociaux rétrospectives de 2000 à 2004 - Insee ; DGFIP ; Cnaf ; Cnav ; CCMSA, enquêtes Revenus fiscaux et sociaux 2005-2009.

Partie C : conclusion (explication des inégalités en SES)

Synthèse :

- ⇒ L'étude de ces deux courbes de Lorenz met en évidence une répartition inégalitaire des revenus et du patrimoine dans la société française dans les années 2009, avec des différences notables à prendre en compte.
- ⇒ La répartition des revenus est **moins** inégalitaire que celle du patrimoine, ce que les courbes de Lorenz permettent de montrer : en effet, celle qui est la plus éloignée de la diagonale est **celle du patrimoine** .
- ⇒ C'est aussi celle qui a un coefficient de Gini le plus proche de **1**

Raisons permettant de comprendre cet écart :

Dans la définition même du revenu disponible se trouvent plusieurs arguments:

- ⇒ **les prélèvements obligatoires réduisent les écarts entre les plus riches et les plus pauvres puisqu'ils sont progressifs en fonction du revenu,**
- ⇒ **les revenus sociaux réduisent aussi les écarts puisqu'ils correspondent à des revenus de transferts qui sont liés à la redistribution sous forme d'assurance ou d'assistance (minima sociaux)**
- ⇒ **le patrimoine est un stock de ressources possédées qui peut générer des flux de revenus supplémentaires (revenus du capital). Il est cependant difficile de bien le mesurer ; il se transmet de génération en génération, ce qui aggrave les inégalités entre les ménages .**

PS /Pour aller plus loin lire le numéro de février 2013 d'alternatives économiques -sur les riches en France.