Livret de liaison Seconde - Première ES, STMG, ST2S

I.R.E.M. de Clermont-Ferrand
Groupe Aurillac - Lycée

Juin 2015

Ont collaboré à cet ouvrage :

- Emmanuelle BOYER, Lycée Émile Duclaux, Aurillac.
- Patrick DE GIOVANNI, Lycée Jean Monnet, Aurillac.
- Bruno GRENIER, Lycée Émile Duclaux, Aurillac.
- Fabrice LALLEMAND, Lycée Émile Duclaux, Aurillac.
- Jérôme MATHIEU, Lycée Jean Monnet, Aurillac.
- Alexandre ROCQ, Lycée Émile Duclaux, Aurillac.
- Nathalie SOBELLA, Lycée Jean Monnet, Aurillac.
- Stéphane SOBELLA, Lycée Georges Pompidou - ENILV, Aurillac.

Table des matières

Introduction

Élève de seconde, vous poursuivez votre parcours au lycée en classe de première ES, STMG ou ST2S.
Ce livret de liaison de la seconde à la première propose des exercices pour s'entraîner et dont la maîtrise technique est nécessaire pour aborder la classe de première (séries ES, STMG, ST2S) en toute sérénité.
Ces exercices sont de difficulté variable et vous ne devez pas vous décourager en cas de problème : beaucoup de notions seront reprises avec le professeur en classe de première.
Afin de vous permettre de vérifier vos résultats, les réponses aux exercices sont disponibles sur le site de l'IREM de Clermont-Ferrand, à l'adresse suivante : https://www.irem.univ-bpclermont.fr/spip.php?rubrique151
La maîtrise de l'utilisation de la calculatrice et de logiciels (tableurs, géométrie dynamique, programmation, ...) est un objectif à atteindre le plus rapidement possible. Quelques exercices sont proposés : ils sont signalés par le symbole 🖮.
Bon courage à tous,

Les professeurs de mathématiques, auteurs du livret.

Il n'est pas prêvu de complêter les exercices directement sur le livret (les espaces laissés dans certains exercices sont volontairement insuffisants). Il faut travailler avec un cahier de recherche.

1 Symboles $\in$, $\subset$, $\cup$, $\cap$

Prérequis

Définition 1 : Les ensembles A et B sont deux **sous ensembles** de l'ensemble E si, et seulement si, tous les éléments de A et de B sont dans l'ensemble E.
On note : $A \subset E$ et $B \subset E$ et on lit : "*A est inclus dans E*".
Remarque : la notation est différente lorsqu'on s'intéresse à un élément x de cet ensemble : on emploie le symbole $\in$ qui se lit "appartient à".
Traduction : si $x \in A$, alors $x \in E$.

Définition 2 : L'ensemble noté $\overline{A}$ est l'ensemble de tous les éléments de l'ensemble E qui n'appartiennent pas à l'ensemble A, on l'appelle le **complémentaire de A dans l'ensemble E** et on lit : "A barre".
Traduction : soit x un élément de E, si $x \notin A$ alors $x \in \overline{A}$.

Définitions 3 :
$A \cup B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à A **ou** à B ou aux deux à la fois. On l'appelle **la réunion des deux ensembles** A et B et on lit : "A union B".
$A \cap B$ est l'ensemble des éléments de E qui appartiennent à A **et** à B (à la fois). On l'appelle **l'intersection des deux ensembles** A et B et on lit : "A inter B".
Traduction : Soit x un élément de E, si $x \in A$ **et** $x \in B$ alors $x \in A \cap B$. Soit x un élément de E, si $x \in A$ **ou** $x \in B$ alors $x \in A \cup B$.
Remarque : si $A \cap B = \varnothing$, alors on dit que les deux ensembles sont disjoints.

Exercice 1

Le tableau ci-dessous donne le nombre de chômeurs (en milliers) selon le sexe et l'âge en 2012 (source : INSEE, enquête Emploi 2012).

	Femmes (F)	**Hommes (H)**	**Ensemble**
15 ans ou plus (C)	1 361	1 451	2 812
15-24 ans (C_1)	297	361	658
25-49 ans (C_2)	812	816	1 628
50-64 ans (C_3)	250	272	522
65 ans ou plus (C_4)	2	2	4

Champ : France métropolitaine, population des ménages, personnes de 15 ans ou plus (âge courant).

1. Combien d'éléments possède l'ensemble F ?
2. Concrètement, dans cet exemple, l'ensemble de tous les éléments étudiés est l'ensemble de tous les ....
   Quel est le nom donné à cet ensemble dans le tableau ? Combien d'éléments possède-t-il ?
   Quel symbole peut-on mettre entre l'ensemble F et l'ensemble C ?
3. $H \cap C_2$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
4. $F \cup C_3$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
5. $\overline{F}$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?
6. $\overline{C_1}$ est l'ensemble des .... Combien d'éléments cet ensemble possède-t-il ?

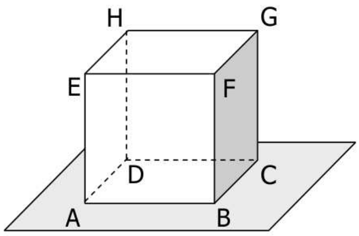
Exercice 2

Recopier et compléter les pointillés :

1. $3 \ldots \mathbb{N}$; $-3,1 \ldots \mathbb{N}$; $\mathbb{N} \ldots \mathbb{R}$; $\sqrt{5} \ldots \mathbb{Q}$.
2. Soit x un nombre compris entre 1 et 2, mais différent de 2, alors $x \ldots [1;2[$ et $[1;2[\ldots \mathbb{R}$.
3. $]1,1;1,2] \ldots [1;2] \iff$ si $1,1 < x < 1,2$ alors $1 < x < 2$.
4. Si $x \in [1;3[$ et $x \in [0;2[$, alors $x \in [1;3[\cap [0;2[$, donc $[1;3[\cap [0;2[= \ldots$.
5. Si $x \in [1;3[$ ou $x \in [0;2[$, alors $x \in [1;3[\cup [0;2[$, donc $[1;3[\cup [0;2[= \ldots$.
6. Les deux intervalles $[1;3]$ et $]4;+\infty[$ sont ....
7. L'ensemble de tous les nombres réels qui ne sont pas strictement supérieurs à 4 est l'intervalle ....
8. Soit x un nombre réel, si $x \notin [1;3[$, alors $x \in \ldots$. Le complémentaire de l'ensemble $[1;3[$ dans $\mathbb{R}$ est donc ....
9. Le complémentaire de l'ensemble des réels x tels que $x > -1$ est ....

Exercice 3

1. Soit (O, I, J) un repère du plan, D_1 la droite d'équation $y = 2x + 1$ et D_2 la droite d'équation $y = -x + 3$
   a. Justifier que le point $A(-1; -1)$ appartient à D_1. On peut écrire : $A \ldots D_1$.
   b. De même $A \in D_2$ car ....
   c. Déterminer $D_1 \cap D_2$.
2. Dans l'espace, on considère le cube ci-dessous. Recopier et compléter les pointillés.



   a. $F \ldots (EGB)$.
   b. $(FG) \ldots (FBC)$.
   c. $(EHB) \cap (ABD) = \ldots$.
   d. $(EHB) \cap (FG) = \ldots$.
   e. $(HD) \cap (ABC) = \ldots$.

2 Pourcentages

Prérequis

- Appliquer un pourcentage, calculer un pourcentage.

Exercice 4

Dans un lycée de 1200 élèves, il y a 700 filles.
Quel est le pourcentage de filles ?

Exercice 5

Dans un club de sport, il y a 450 adhérents. 54 d'entre eux pratiquent le volley-ball.

1. Quel est le pourcentage d'adhérents qui pratiquent le volley-ball ?
2. Quel est le pourcentage d'adhérents qui ne pratiquent pas le volley-ball ?

Exercice 6

27 % des habitants d'un village de 900 habitants achètent le journal local chaque jour.
Combien d'habitants achètent chaque jour le journal local ?

Exercice 7

35 % des élèves de première d'un lycée sont en 1ère ES.
On sait que ce nombre d'élèves est égal à 224.
Quel est le nombre d'élèves de première ?

Exercice 8

Il y a 800 élèves au lycée Alfred Hitchcock.
Dans ce lycée :

- 15 % des élèves du lycée sont des filles de première ;
- 48 % des élèves de première sont des filles ;
- 25 % des filles du lycée sont en première.

1. Compléter le tableau ci-dessous en écrivant tous les calculs utiles.

Classe \ Sexe	Fille	Garçon	Total
Premières			
Autres			
Total			800

2. Calculer le pourcentage d'élèves de première dans ce lycée.

3 Calcul littéral

Prérequis

- ☞ Maîtriser les identités remarquables, les priorités de développements.
- ☞ Repérer ou mettre en évidence un facteur commun pour factoriser.
- ☞ Mettre en évidence $a^2 - b^2$ pour factoriser.
- ☞ Réduire des fractions au même dénominateur.

Exercice 9

Développe les expressions suivantes :

Exemple guidé :

$A = 2(3x-1)^2 - (5x+3)(2-3x)$

$A = 2(\ldots x^2 - \ldots + 1) - (10x - \ldots + \ldots - \ldots)$

$A = 18x^2 - \ldots + \ldots - 10x + \ldots - \ldots + \ldots$

$A = \ldots$

À toi de jouer : $B = (2x-9)(3-2x) + 5(2x+1)^2$ $C = 4(x-6)^2 - 3(5x+3)(5x-3)$

Exercice 10

Factorise les expressions suivantes :

Exemple guidé :

$A = 6x + 3 + 4(2x+1)^2$

$A = \ldots(2x+1) + 4(2x+1)^2$

$A = (2x+1)(\ldots + 4(\ldots))$

$A = (2x+1)(\ldots + 8x + \ldots)$

$A = (\ldots)(\ldots)$

À toi de jouer :

$B = 2(5x-1)^2 + 10x - 2$

$C = (x^2-4) - (x+2)^2$

Exemple guidé :

$A = 36x^2 - (5x+1)^2$

$A = (\ldots)^2 - (5x+1)^2$

$A = ((6x) + (\ldots))((6x) + (\ldots))$

$A = (6x\ldots)(6x\ldots)$

$A = (\ldots)(\ldots)$

À toi de jouer :

$B = (4x-3)^2 - 25x^2$

$C = 49 - (5x+2)^2$

Exercice 11

Écrire sous la forme d'une seule fraction :

Exemple guidé :

$A = 4 + \dfrac{3}{x+2}$ (cette expression existe si, et seulement si, $x + 2 \neq \ldots$ (**valeur interdite pour A**))

$A = \dfrac{4 \times (\ldots + \ldots)}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$

$A = \dfrac{\ldots + \ldots}{x+2} + \dfrac{3}{x+2}$

$A = \dfrac{\ldots + \ldots}{x+2}$

À toi de jouer : $B = \dfrac{2x}{3x-1} - 5$ $\qquad C = \dfrac{4}{2x+6} - \dfrac{3}{x-5}$.

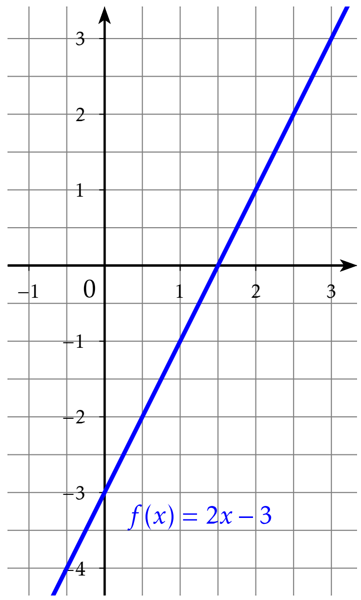
Prérequis

- Notions de fonction, image, antécédent, fonctions affines, résolution d'équations.
- Fonctions polynômes de degré 2, tableaux de signes et de variations.

Exercice 12

On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

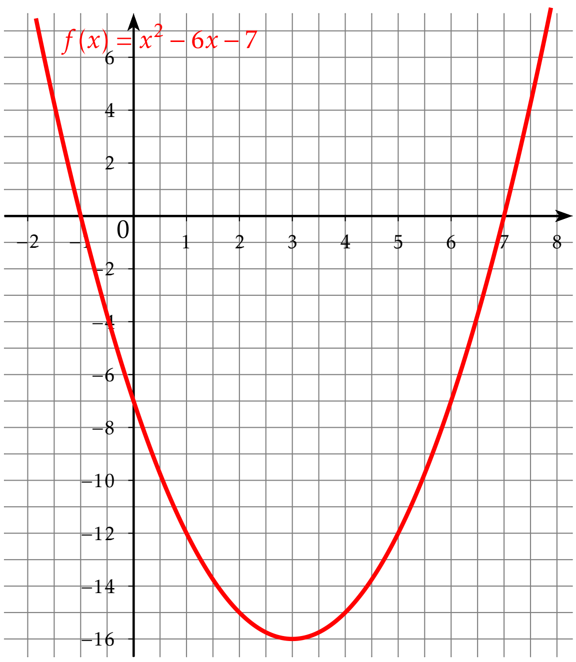
1. **a.** Déterminer graphiquement l'image de 2 par f.
   b. Retrouver ce résultat par le calcul.
2. **a.** Déterminer graphiquement l'antécédent par f de $-0,5$.
   b. Retrouver ce résultat par le calcul.



Exercice 13

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 7$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

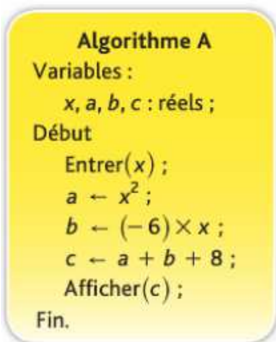
1. **a.** Déterminer graphiquement l'image par f de 5.
   b. Retrouver ce résultat par le calcul.
2. **a.** Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.
   b. Montrer que, pour tout réel x, $f(x) = (x-3)^2 - 16$.
   c. Déterminer les antécédents de 0 par le calcul.
3. Donner le tableau de variation de la fonction f.
4. Donner le tableau de signes de la fonction f.
5. **a.** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.
   b. Résoudre algébriquement l'équation $f(x) = 2$.

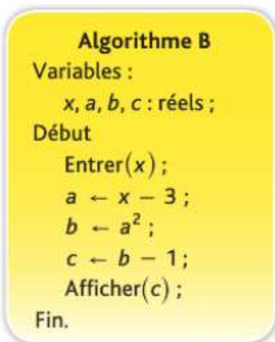


Exercice 14

On considère les deux algorithmes donnés ci-contre.

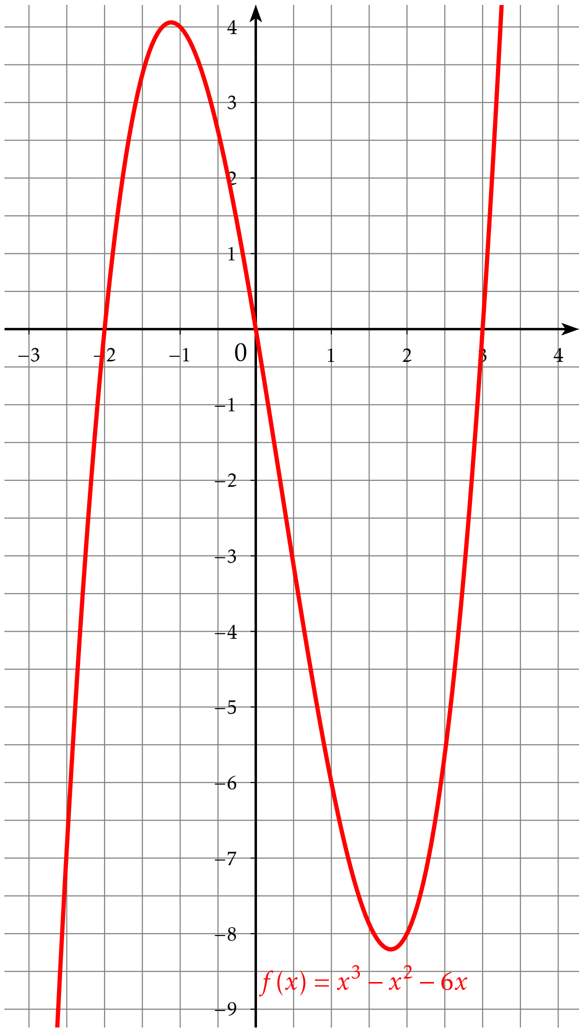
1. Programmer ces deux algorithmes sur votre calculatrice.
   Les tester sur quelques nombres.
2. Quelle conjecture pouvez-vous formuler ? La démontrer.
3. Quels nombres doit-on entrer pour obtenir 48 comme résultat ? (résolution algébrique attendue).





Exercice 15

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1. **a.** Déterminer graphiquement l'image par f de $-\dfrac{3}{2}$.

   b. Retrouver ce résultat par le calcul.

2. **a.** Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.

   b. Développer $(x-3)(x+2)$.
   En déduire une factorisation de la fonction f.

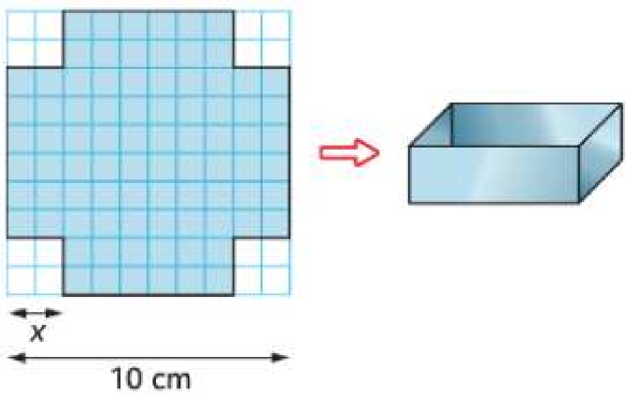
   c. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

3. Donner le tableau de variation de la fonction f par lecture graphique.
4. En utilisant la factorisation trouvée en 2.b., dresser le tableau de signes de la fonction f.

Exercice 16

On dispose d'un carré de métal de 10 cm de côté.
Pour fabriquer une boîte sans couvercle, on enlève à chaque coin un carré de côté x cm et on relève les bords pour obtenir un pavé droit.

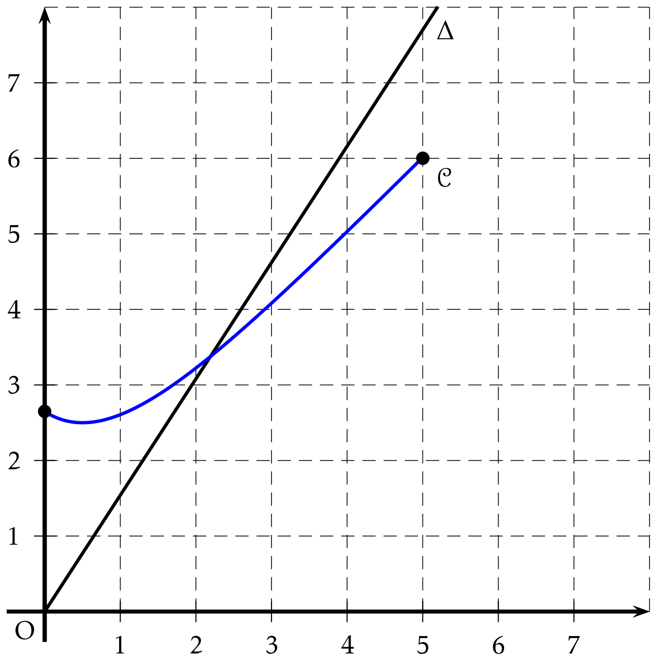
1. Donner un intervalle pour la variable x.
2. Exprimer le volume $V(x)$ de la boîte en fonction de x.
3. Utiliser la calculatrice pour déterminer le volume maximal et la valeur de x correspondante (on arrondira au dixième).



Exercice 17

Une entreprise fabrique des cartes à puces électroniques à l'aide d'une machine.
La fonction f représente le coût d'utilisation de la machine en fonction de la quantité x de cartes produites, lorsque x est exprimé en centaines de cartes et $f(x)$ en centaines d'euros. La courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f est donnée ci-dessous.

1. Déterminer graphiquement le nombre de cartes à produire pour avoir un coût minimal d'utilisation de la machine (valeur approchée à la dizaine de cartes près).
2. Chaque carte fabriquée par la machine est vendue 1,50 €.
   La recette perçue pour la vente de x centaines de cartes vaut donc $1,5x$ centaines d'euros.
   Vérifier que la fonction recette est bien représentée sur le graphique.
3. On dira que l'entreprise réalise un bénéfice lorsque $\mathrm{B}(x) > 0$.
   En utilisant le graphique, indiquer la quantité minimale qui doit figurer sur le carnet de commandes de l'entreprise pour que celle-ci puisse réaliser un bénéfice. (valeur approchée à la dizaine de cartes près).



5 Équations

Prérequis

- ☞ Maîtriser le développement et la factorisation d'une expression mathématique.
- ☞ Maîtriser les trois identités remarquables vues au collège que ce soit pour développer une expression ou la factoriser.
- ☞ Maîtriser les fonctions de calculs de la calculatrice. En particulier le calcul fractionnaire.

Méthode de résolution d'une équation

A la fin de votre année de seconde, vous disposez de trois façons de résoudre une équation.

- Si l'équation est linéaire (C'est à dire qu'elle ne comporte aucune puissance de x, ni de fraction comportant des termes en x au dénominateur), il suffit de développer, si besoin, chaque membre de l'équation et d'isoler les différents termes en x d'un même côté de l'égalité.
- Si l'équation comporte des puissances de x (et qu'il n'est pas possible "d'éliminer" celles-ci par un simple développement), il faut tenter de factoriser l'expression afin de se ramener à la résolution d'une équation produit.
- Si l'équation comporte des fractions rationnelles (C'est à dire des fractions comportant des x au dénominateur). Il conviendra tout d'abord de déterminer l'ensemble des valeurs interdites (celles qui donnent un ou des dénominateurs égaux à 0)
  Puis, il faudra transformer l'écriture de manière à se ramener à l'égalité de deux fractions. On pourra alors utiliser la règle des produits en croix ou la mise au même dénominateur afin de se ramener à l'un des deux cas précédents.

Trois exemples "concrets"

Cas d'une équation linéaire	Cas d'une équation-produit	Cas d'une équation rationnelle
$\frac{3}{4}(2x-3)+3x=5x-\frac{2}{3}(5-9x)$	$81x^2-16=(9x-4)(2x-3)$	$x+1=\frac{9}{x+1}$
Développer et se ramener à :	Reconnaître une identité remarquable et se ramener à :	Déterminer les éventuelles valeurs interdites Montrer que l'on peut se ramener à :
$-\frac{13}{2}x=-\frac{13}{12}$	$\underline{\mathbf{(9x-4)}}(9x+4)-\underline{\mathbf{(9x-4)}}(2x-3)=0$	$(x+1)^2=9$
Montrer alors que	Écrire la règle du produit nul et montrer que	Montrer alors que
$S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$	$S=\left\{\frac{4}{9};-1\right\}$	$S=\{2;-4\}$

Exercice 18

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $1,25x + 3 = 0,5x + 10$

2. $3x^2 - 2x = 0$

3. $(5x-1)(x-9) - (x-9)(2x-1) = 0$

4. $(3x+4)^2 = 1$

5. $\dfrac{3x-1}{x-5} = \dfrac{3x-4}{x}$

Exercice 19

Un producteur de cinéma souhaite promouvoir son film " Knights of Badassdom ".
Une étude statistique permet d'établir que la probabilité qu'une personne prise au hasard en connaisse le nom après x semaines est donnée par la fonction $p(x) = \dfrac{3x}{4x+3}$ pour x réel positif.

1. Calculer $p(3)$. En déduire la probabilité qu'une personne prise au hasard ne connaisse pas le nom du film après trois semaines de publicité.
2. Combien faudra-t-il de semaines pour que la probabilité qu'une personne prise au hasard connaisse le nom du film soit de 0,5 ?
3. Le directeur marketing désire que 80% de la population connaisse son film. A-t-il une chance de voir son souhait se réaliser ?
4. Vérifier les résultats obtenus précédemment avec le graphe de la fonction p obtenu sur la calculatrice.

6 Inéquations et tableaux de signes

Prérequis
Règle des signes pour un produit ou un quotient, signe d'une fonction affine, valeurs interdites pour un quotient, intervalles et réunion d'intervalles.

Signe d'un produit

Exemple guidé

On veut étudier dans $\mathbb{R}$ le signe du produit $P(x) = (-2x-6)(x-5)$.

Racine de $-2x-6$:
$-2x-6=0 \Leftrightarrow x = \ldots$

Racine de $x-5$
$x-5=0 \Leftrightarrow x = \ldots$

Compléter le tableau avec les signes qui conviennent :

x	$-\infty$		$\cdots$		$\cdots$		$+\infty$
$-2x-6$			0				
$x-5$					0		
$P(x)$			0		0		

En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ des inéquations suivantes : $P(x) > 0$ et $P(x) \leqslant 0$.

À toi de jouer ...

Exercice 20

1. Étudier sur $\mathbb{R}$ le signe de $P(x) = (-3x+12)(7-2x)$.
2. En déduire les solutions des inéquations suivantes : $P(x) \geqslant 0$ et $P(x) < 0$.

Exercice 21

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $3x(1-x)(2x+1) \geqslant 0$
2. $x^2 - 3x < 0$
3. $(3x+2)^2 - (3x+2)(5x+1) \leqslant 0$
4. $x^2 \geqslant 36$.

Conseil : se ramener à une inéquation produit avec un second membre nul, réaliser un tableau de signes et conclure.

Signe d'un quotient

Exemple guidé

On veut étudier dans $\mathbb{R}$ le signe du quotient $Q(x) = \dfrac{3x+9}{x-2}$.
Condition d'existence du quotient ou recherche de la valeur interdite :
$Q(x)$ existe $\Leftrightarrow x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \ldots$

Racine de $3x+9$:	Racine de $x-2$
$3x+9=0 \Leftrightarrow x=\ldots$	$x-2=0 \Leftrightarrow x=\ldots$

Compléter le tableau avec les signes qui conviennent :

x	$-\infty$		$\cdots$		$\cdots$		$+\infty$
$3x+9$			0				
$x-2$					0		
$Q(x)$			0		$\|$		

Le quotient n'est pas défini !

En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ des inéquations suivantes : $Q(x) < 0$ et $Q(x) \geqslant 0$.

À toi de jouer ...

Exercice 22

1. Étudier sur $\mathbb{R}$ le signe de $Q(x) = \dfrac{-2x+3}{x+4}$.
2. En déduire les solutions des inéquations suivantes : $Q(x) \geqslant 0$ et $Q(x) \leqslant 0$.

Exercice 23

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $5 + \dfrac{2}{x+3} \leqslant 0$.
2. $\dfrac{3}{2x-1} \geqslant \dfrac{2}{-3x+15}$
3. $\dfrac{3x}{4x+3} \geqslant 0{,}7$

Conseil : Obtenir une inéquation équivalente avec un quotient unique dans le premier membre et un second membre nul, réaliser un tableau de signes et conclure.

7 Équations de droites et systèmes

Prérequis

- ☞ Équations de droites dans le plan.
- ☞ Systèmes linéaires de deux équations à deux inconnues.

Exercice 24

Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses.

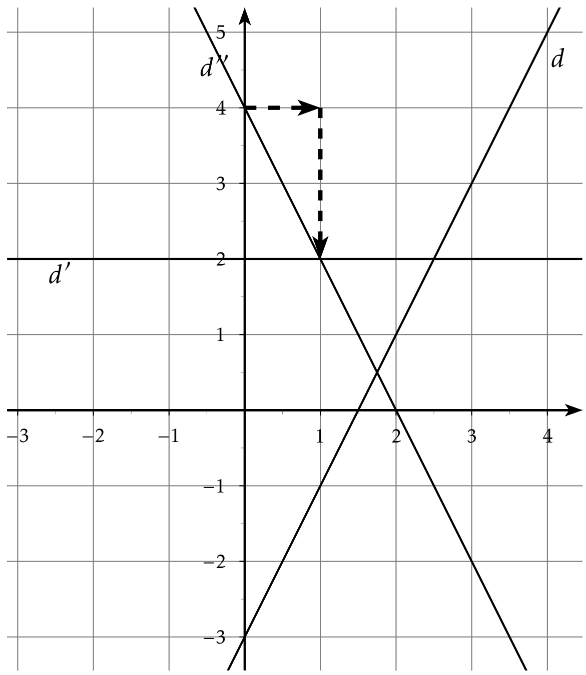
On se place dans un repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Soit Δ la droite d'équation $y = 5x + 3$.

1. Le point $C(-2;7)$ appartient à la droite Δ.
2. La droite Δ' d'équation $y = 3x - 2$ et la droite Δ sont parallèles.
3. Le point $D(-2,5;-9,5)$ appartient aux deux droites Δ et Δ'.

Les questions 4. à 10. se réfèrent au graphique ci-contre.

4. L'équation de la droite d est $y = -3x + 2$.
5. La droite d' a pour équation $y = 2$.
6. Le coefficient directeur de la droite d est 2.
7. Le coefficient directeur de la droite d' est 1.
8. La droite d' est la représentation graphique d'une fonction linéaire.
9. Les flèches en pointillés permettent de lire graphiquement le coefficient directeur de la droite d''.
10. Le coefficient directeur de la droite d'' est égal à $m = -\dfrac{1}{2}$.



Exercice 25

1. Dans un repère du plan, soient $A(4;1)$ et $B(-2;4)$ deux points.
   Déterminer par le calcul une équation de la droite (AB).
2. Sur un ordinateur, ouvrir un fichier GeoGebra (téléchargeable gratuitement, si ce n'est déjà fait !).
   - ➢ Placer les points A et B, puis tracer la droite (AB).
   - ➢ Lire l'équation de la droite (AB) dans la fenêtre algèbre pour contrôler le résultat trouvé à la question 1.

Exercice 26

À ses deux élèves qui lui demandent son âge, le professeur de mathématiques répond :

Cette année, mon âge est 9 fois celui de ma fille, mais dans 12 ans, il sera 3 fois celui de ma fille.

Déterminer l'âge du ~~capitaine~~ professeur.

8 Statistiques

Prérequis

- ☞ Notion de série statistique, effectifs, effectifs cumulés croissants
- ☞ Paramètres de position : moyenne, quartiles, interprétation des résultats
- ☞ Distribution des fréquences
- ☞ Notion d'intervalle de fluctuation (échantillonnage) et d'intervalle de confiance (estimation)

Exercice 27

À l'issue de la saison régulière du championnat - Pro D2 2013/2014 de rugby, on donne le classement final : (*source : L'Équipe*)

Rang	Equipe	Pts
1	Lyon OU	117
2	Agen	98
3	La Rochelle	98
4	Pau	93
5	Narbonne	88
6	Tarbes	80
7	Mont-de-Marsan	68
8	Bourgoin	67
9	Colomiers	66
10	Béziers	60
11	Aurillac	59
12	Albi	54
13	Dax	53
14	Carcassonne	50
15	Auch	44
16	Bourg-en-Bresse	41

1. Quelles sont les deux équipes médianes du classement ? Justifier.
2. Déterminer les quartiles Q_1 , Q_2 (médiane) et Q_3 des points marqués par les équipes de Pro D2.
3. Lyon accède au Top 14 avec un score 80% supérieur à celui obtenu en 2013. Quel était-il alors ?
4. Le nombre de points du Stade Aurillacois est en baisse de 21,33% par rapport à celui de la saison précédente. Quel était-il alors ?
5. L'an dernier, Aurillac était l'équipe la mieux classée de l'intervalle $[Q_2 ; Q_3]$. Quel était son classement ?

Exercice 28

On donne maintenant le nombre d'essais inscrits par Aurillac au cours de la saison 2013-2014 :

Nombre d'essais	0	1	2	3	4	5
Nombre de matchs	6	10	8	4	1	1

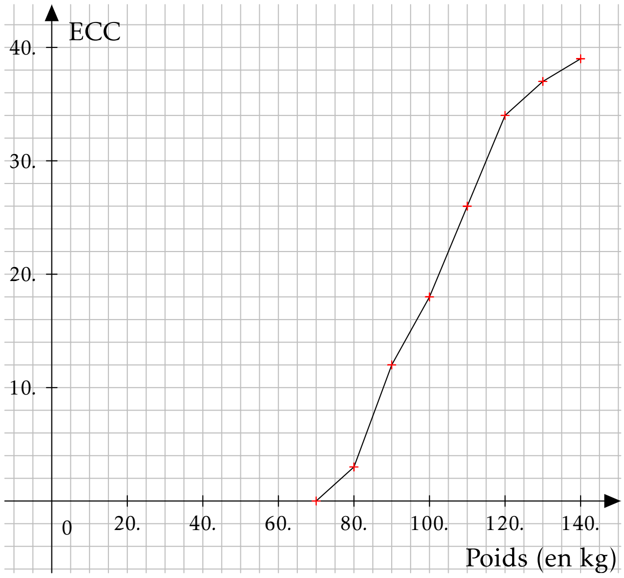
1. Déterminer le nombre moyen d'essais par match.
2. Déterminer la fréquence en % de chaque catégorie. Arrondir à l'unité.
3. Déterminer la médiane de la série statistique, en donner une interprétation concrète.
4. Déterminer le premier et le troisième quartile de la série.
5. Géraud crée une feuille dans un tableur pour automatiser certains calculs :

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Nombre d'essais**	0	1	2	3	4	5
2	**Effectif**	6	8	10	4	1	1
3	**Fréquence (%)**						
4	**Effectifs cumulés croissants**	6					

1. Quelle formule doit-il entrer en B3 ?
2. Quelle formule doit-il entrer en C4 ?

Exercice 29

On a relevé les poids (en kg) des joueurs du Stade Aurillacois. Le graphique ci-dessous représente le polygone des effectifs cumulés croissants de la série statistique obtenue.



1. Quel est l'effectif total de la série ?
2. Déterminer graphiquement les quartiles de la série.
3. Compléter le tableau suivant :

Masse (kg)	**Effectif**
$[70;80[$	
$[80;90[$	
$[90;100[$	
$[100;110[$	
$[110;120[$	
$[120;130[$	
$[130;140[$	

4. Estimer le poids moyen de l'effectif du Stade Aurillacois.

Exercice 30

1. Une entreprise fabrique des ballons de rugby. On considère que 8% des ballons produits présentent un défaut dans les coutures.
   Une grande enseigne de sport commande $n = 200$ ballons issus de cette production, que l'on peut considérer comme un échantillon aléatoire.
   a. Déterminer un intervalle de fluctuation, au niveau de confiance 95%, de la proportion de ballons défectueux dans cet échantillon. (*arrondir à 0,001 près*)
   b. La grande surface a vendu tous ses ballons. 50 clients sont revenus mécontents car les coutures ont cédé ! Peut-on dire que l'échantillon n'était pas conforme à la production ?
2. Dans une fédération départementale de rugby, on dénombre 1000 licenciés (que l'on considère comme un échantillon), dont $4,5\%$ de femmes. Donner une estimation par intervalle de confiance, au niveau de confiance 95%, de la proportion de femmes parmi les licenciés de rugby en France.

Exercice 31 : Interprétation de graphiques : à compléter directement sur la feuille

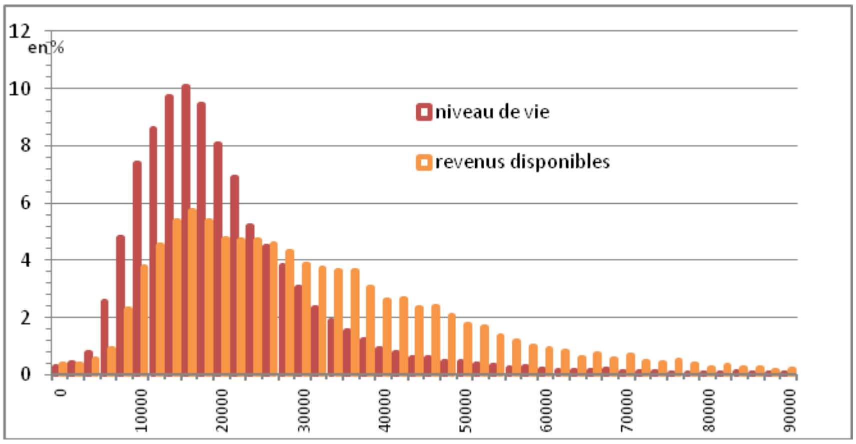
Etude des inégalités de répartition des revenus des ménages en France en 2009 à l'aide de graphiques.
Les données, tableaux et graphiques proviennent de l'étude de l'INSEE : « les revenus et patrimoines des ménages, édition 2012 » d'après l'enquête 2009-2010.

I-. Un graphique de base : le regroupement par classe des données

Les données collectées lors d'une enquête sont regroupées par classe (intervalles) dans un tableau des effectifs (ou des fréquences) puis représentées sur un graphique en vue d'être analysées et commentées.

graphique n°1

Distribution des niveaux de vie et du revenu disponible annuel des ménages en 2009



Source : d'après le graphique de la distribution des revenus et des niveaux de vie relatif à 2003 et le graphique des répartitions pour 2009, publiés par l'Insee.
Lecture : le pas de l'histogramme est de 2000 € ; la hauteur de la barre de coordonnées n en abscisse est donc égale à la proportion de revenus ou niveaux de vie compris entre n et n+2000 : ainsi 9,4% des individus ont un niveau de vie annuel en 2009 compris entre 18000€ et 20000€ et 5,4% des ménages ont un revenu disponible compris entre 18000€ et 20000€

questions de lecture de graphiques (graphique n°1):
Quel est le pourcentage des ménages qui ont un revenu disponible annuel entre 30000 et 32000 € ?

Que peut-on dire de la répartition des revenus disponibles des ménages en 2009 par rapport à la répartition du niveau de vie des ménages?

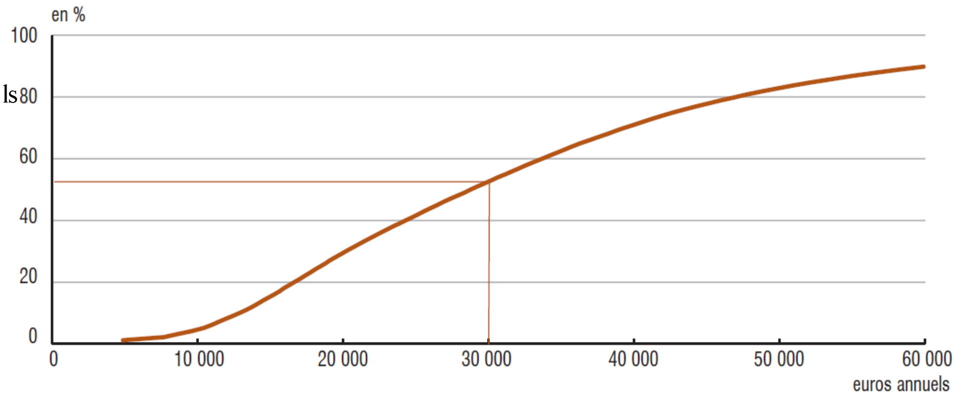
Quels sont les avantages et les inconvénients d'avoir mis deux séries sur un même graphique ?

II- caractéristiques de dispersion d'une série statistique : médianes et quartiles .

Pour mettre en évidence les caractéristiques de dispersion de la série statistique, on détermine la médiane, les quartiles (et les déciles).
Pour cela, on établit le tableau des fréquences cumulées croissantes ou des effectifs cumulés croissants (obtenu directement à l'aide de logiciels lorsqu'il y a de nombreuses données).
Puis on construit un graphique pour faciliter l'interprétation.

graphique n°2

1. Répartition du revenu disponible des ménages en 2009



Champ : France métropolitaine, ménages dont le revenu déclaré au fisc est positif ou nul et dont la personne de référence n'est pas étudiante.
Lecture : en 2009, 52 % des ménages ont un revenu disponible annuel inférieur à 30 000 euros.
Sources : Insee ; DGFiP ; Cnaf ; Cnav ; CCMSA, enquête Revenus fiscaux et sociaux 2009.

A l'aide de la lecture du graphique n°2 ci-contre, compléter le tableau suivant :

Premier quartile Q1	médiane	Troisième quartile Q3

Quel est le pourcentage des ménages qui ont un revenu disponible supérieur à 35 000 € ?

Représenter Q1, la médiane et Q3 sur le graphique n°1. Comment les interpréter sur ce graphique n°1 en termes d'aire?

III- Comparaison moyenne et médiane

montants annuels en euros constants 2009

	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Revenu disponible médian	**27 580**	**28 290**	**27 900**	**27 690**	**27 790**	**28 170**	**28 430**	**28 600**	**28 740**
Revenu disponible moyen	32 650	33 350	33 070	32 870	33 090	33 730	34 060	34 490	34 540

Que signifie le constat d'un revenu moyen supérieur au revenu médian ? Détailler.

9 Probabilités

Prérequis

- ☞ Notion d'expérience aléatoire et de modélisation (notamment à l'aide d'arbres)
- ☞ Calcul de probabilités
- ☞ Loi de probabilité
- ☞ Langage des événements
- ☞ Réunion, intersection d'événements
- ☞ Événement contraire

Exercice 32

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, seule une réponse parmi celles proposées est la bonne.

1. À Noël, Robin s'est fait offrir la trilogie des films "Batman" (trois films, sortis en 2005, 2008 et 2012). Il insère au hasard l'un des DVD dans son lecteur. Quelle est la probabilité que ce soit le film le plus récent ?

   □$\frac{1}{6}$ □$\frac{1}{3}$ □$\frac{1}{2}$ □$\frac{2}{3}$

2. Robin place les trois DVD, côte à côte, mais au hasard, sur une étagère. Quelle est la probabilité que les films soient rangés dans l'ordre chronologique ?

   □$\frac{1}{6}$ □$\frac{1}{3}$ □$\frac{1}{2}$ □$\frac{2}{3}$

3. On tire au hasard deux cartes dans un jeu de 32. A est l'événement "obtenir au moins un roi". L'événement $\overline{\mathrm{A}}$ est :

   □"obtenir exactement un roi" □"n'obtenir aucun roi" □"obtenir au moins une dame" □"obtenir deux rois"

4. A et B sont deux événements issus d'une même expérience aléatoire. Sachant que $p(\mathrm{B}) = 0,3$; $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0,1$ et $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 0,5$, on peut dire que la probabilité de l'événement A est :

   □0,1 □0,2 □0,3 □0,4

5. On lance une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir "Pile" est :

   □0,25 □0,5 □0,75 □1

6. On lance 2 fois de suite une pièce équilibrée. La probabilité d'obtenir deux fois "Pile" est :

   □0,25 □0,5 □0,75 □2

7. On lance 8 fois de suite une pièce équilibrée. La Probabilité d'obtenir huit fois "Pile" est :

   □$\frac{1}{8}$ □$\frac{1}{4}$ □environ 0,001 □environ 0,004

Exercice 33

Dans un lycée de 1 280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe.
Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10 % des élèves contractent la maladie.
De plus 3 % des élèves vaccinés ont la grippe.

1. Compléter le tableau suivant :

	Nombre d'élèves ayant eu la grippe	Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe	**Total**
Nombre d'élèves vaccinés			
Nombre d'élèves non vaccinés			
Total			1 280

2. On choisit au hasard un élève parmi les 1 280.
   On suppose que tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.
   On considère les événements :
   A : « l'élève choisi a eu la grippe »,
   B : « l'élève choisi était vacciné ».
   - **a.** Calculer les probabilités P(A) et P(B).
   - **b.** Définir par une phrase l'événement $\overline{\mathrm{A}}$ calculer $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})$.
   - **c.** Définir par une phrase l'événement $\mathrm{A} \cap \mathrm{B}$, puis calculer $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$. En déduire $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.
3. On sait maintenant que l'élève choisi n'était pas vacciné.
   Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas eu la grippe ?

Exercice 34

Problème de probabilités ✍

Julie a mis dans sa valise deux jupes (une noire, une bleue), trois chemisiers (un bleu, un jaune, un noir) et deux gilets (un bleu et un marron). On suppose que tous les tirages au sort se font de manière équiprobable.

1. Julie choisit un vêtement au hasard.

- **a.** On s'intéresse à la nature du vêtement. Donner la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.
- **b.** On s'intéresse à la couleur du vêtement. Doner la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

2. Julie choisit un vêtement au hasard.

- **a.** Déterminer la probabilité des événements :
  - ☞ A : "Le vêtement est une jupe"
  - ☞ B : "Le vêtement est bleu"
  - ☞ $A \cap B$ puis $A \cup B$ *(vous traduirez chaque événement à l'aide d'une phrase)*
  - ☞ $\overline{A}$ puis $\overline{A} \cap B$ *(vous traduirez chaque événement à l'aide d'une phrase)*
- **b.** Que peut-on dire des événements $\overline{A \cup B}$ et $\overline{A} \cap \overline{B}$?

3. Julie décide de choisir au hasard sa jupe puis son chemisier en lançant un dé équilibré à 6 faces.

- **a.** Proposer une règle du jeu qui permette de choisir une jupe de façon équiprobable.
- **b.** Proposer une règle du jeu qui permette de choisir un chemisier de façon équiprobable.

4. Julie choisit au hasard une jupe, puis un chemisier, puis un gilet.

- **a.** Modéliser à l'aide d'un arbre les différentes façons dont elle peut s'habiller.
- **b.** Déterminer la probabilité des événements suivants :
  - ☞ A : "Le chemisier est de même couleur que la jupe"
  - ☞ B : "Les trois vêtements sont de couleurs différentes"
  - ☞ C : "Julie est toute de bleu vêtue"
- **c.** Donner un exemple de deux événements incompatibles.

10 Algorithmique

Prérequis

- ☞ Instructions élémentaires (affectation, calcul, entrée, sortie).
- ☞ Boucles et instructions conditionnelles.

Exercice 35

1. Voici quatre algorithmes, très semblables, rédigés par quatre élèves. Néanmoins, si on les programme avec un logiciel adapté, on obtiendra des résultats à l'écran tout à fait différents. Associer chacun de ces quatre algorithmes avec leur résultat obtenu à l'écran après programmation.

Algorithmes

Algorithme de Chloé

```
P = 1
Pour i allant de 1 à 5
        P = P x i
Fin Pour
Afficher P
```

Algorithme de Laura

```
Pour i allant de 1 à 5
        P = 1
        P = P x i
Fin Pour
Afficher P
```

Algorithme de Thibault

```
P = 0
Pour i allant de 1 à 5
        P = P x i
Fin Pour
Afficher P
```

Algorithme de Thomas

```
P = 1
Pour i allant de 1 à 5
        Afficher P
        P = P x i
Fin Pour
```

Résultats obtenus à l'écran

- 0
- 120
- 1 1 2 6 24
- 5

2. En fait, on avait demandé à ces quatre élèves de rédiger un algorithme permettant de calculer le produit $1\times2\times3\times4\times5$, que l'on peut noter aussi 5! (lire "factorielle 5"). Quel est le seul élève qui a rédigé un algorithme correct ?
3. Rédiger un algorithme qui permette de calculer la somme des entiers de 1 à 10 000.